

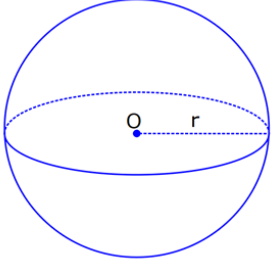
KÜRE

1)

Yarıçapı 4 cm olan kürenin yarıçapı 1 cm arttırılırsa yüzey alanı kaç cm^2 artar?

- A) 10π B) 36π C) 45π D) 50π E) 61π

ÇÖZÜM:



Kürenin yüzey alanı $= 4\pi r^2$ dir.

www.matematikkolay.net

Buna göre,

$r = 4$ için yüzey alanı $= 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi \text{ cm}^2$ dir.

$r = 5$ için yüzey alanı $= 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi \text{ cm}^2$ dir.

O halde yüzey alanı,

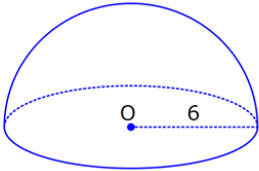
$100\pi - 64\pi = 36\pi \text{ cm}^2$ artmıştır. Cevap: B

2)

Yarıçapı 6 br olan bir yarım kürenin yüzey alanı kaç br^2 dir?

- A) 36π B) 72π C) 108π D) 144π E) 180π

ÇÖZÜM:



Tam kürenin alanının yarısı $= \frac{4}{2} \pi \cdot 6^2 = 72\pi \text{ br}^2$ dir.

Tabanın alanı $= \pi \cdot 6^2 = 36\pi \text{ br}^2$ dir.

O halde yüzey alanı,

$72\pi + 36\pi = 108\pi \text{ br}^2$ dir. Cevap: C

3)

Yüzey alanı $48\pi \text{ cm}^2$ olan bir küre, merkezinden 3 cm uzaklıkta bir düzlemlle kesiliyor. Oluşan arakesitin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

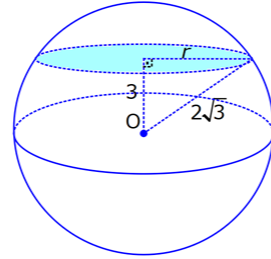
- A) $\frac{3\pi}{2}$ B) 2π C) $\frac{5\pi}{2}$ D) 3π E) 4π

ÇÖZÜM:

Yüzey alanı $48\pi \text{ cm}^2$ ise,

$4\pi R^2 = 48\pi \Rightarrow R^2 = 12 \Rightarrow R = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ dir.

Merkezden 3 cm uzaklıkta bir düzlemlle kesildiğinde arakesit bir daire olacaktır.



Oluşan dairenin yarıçapı r olsun. Şekildeki gibi pisagor yaparak, r yi bulabiliriz.

$$r^2 + 3^2 = (2\sqrt{3})^2$$

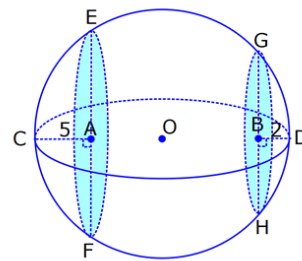
$$r^2 + 9 = 12$$

$r^2 = 3 \Rightarrow r = \sqrt{3} \text{ cm}$ dir. O halde dairenin alanı,

$$\pi r^2 = \pi (\sqrt{3})^2 = 3\pi \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Cevap: D

4)



Yandaki kürede, A merkezli kesitin alanı, B merkezli kesitin alanının 2 katıdır.

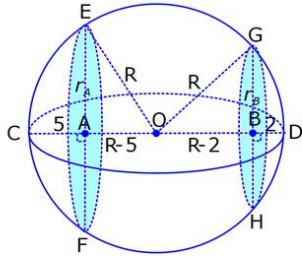
$[CA] \perp [EF]$ ve

$[BD] \perp [GH]$ dir.

$|AC| = 5 \text{ cm}$ ve $|BD| = 2 \text{ cm}$ olduğuna göre, kürenin yarıçapı kaç cm dir?

- A) 7 B) $\frac{15}{2}$ C) 8 D) $\frac{17}{2}$ E) 10

ÇÖZÜM:



AOE üçgeninde pisagor yaparsak,

$$(r_A)^2 = R^2 - (R-5)^2 \text{ dir.}$$

$$(r_A)^2 = R^2 - (R^2 - 10R + 25)$$

$$(r_A)^2 = \cancel{R^2} + 10R - 25$$

$$(r_A)^2 = 10R - 25 \text{ tir.}$$

OBG üçgeninde pisagor yaparsak,

$$(r_B)^2 = R^2 - (R-2)^2 \text{ dir.}$$

$$(r_B)^2 = R^2 - (R^2 - 4R + 4)$$

$$(r_B)^2 = \cancel{R^2} + 4R - 4$$

$$(r_B)^2 = 4R - 4 \text{ tür.}$$

$$\frac{\pi(r_A)^2}{\pi(r_B)^2} = 2 \text{ verildiğine göre,}$$

$$\frac{\pi(10R-25)}{\pi(4R-4)} = 2 \text{ dir.}$$

$$10R - 25 = 8R - 8$$

$$2R = 25 - 8$$

$$2R = 17$$

$$R = \frac{17}{2} \text{ cm dir.}$$

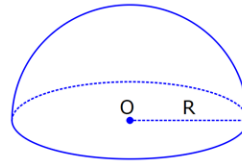
Cevap: D

5)

Yüzey alanı $27\pi \text{ cm}^2$ olan bir yarım kürenin hacmi kaç cm^3 tür?

- A) 18π B) 25π C) 30π D) 36π E) 45π

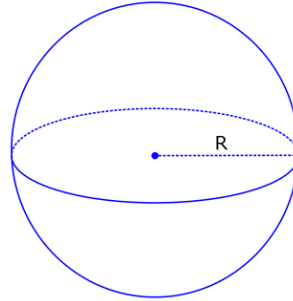
ÇÖZÜM:



Yarım kürenin alanı

$$\frac{4}{2} \pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2 \text{ dir.}$$

$$3\pi R^2 = 27\pi \text{ ise } R^2 = 9 \Rightarrow R = 3 \text{ cm dir.}$$

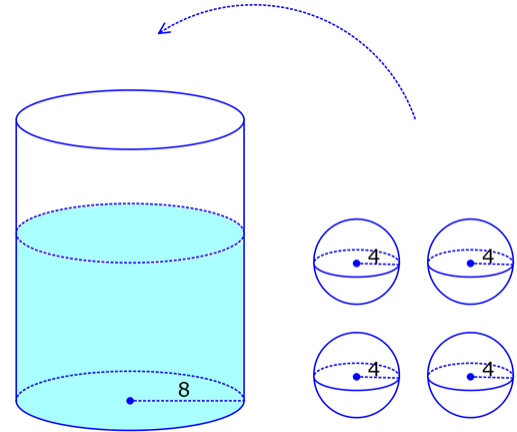


$$\text{Hacim} = \frac{4}{3} \pi R^3 \text{ tür.}$$

Buna göre, yarım kürenin hacmi

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = \frac{36\pi}{2} = 18\pi \text{ cm}^3 \text{ tür. Cevap: A}$$

6)



Yukarıda taban yarıçapı 8 cm olan silindirin $\frac{3}{5}$ i su ile doludur. Yarıçapı 4 cm olan 4 tane demir küre içine atıldığında suyun seviyesi en üst noktaya geliyor ve su taşmıyor. Buna göre, silindirin yüksekliği kaç cm dir?

- A) $\frac{32}{3}$ B) 12 C) $\frac{40}{3}$ D) 15 E) $\frac{44}{3}$

ÇÖZÜM:

Bir kürenin hacmi $= \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{4^4}{3}\pi \text{ cm}^3$ tür.

4 kürenin toplam hacmi $= 4 \cdot \frac{4^4}{3}\pi = \frac{4^5}{3}\pi \text{ cm}^3$ tür.

Silindirin yüksekliği h olsun.

Boş kısmın hacmi $= \pi \cdot 8^2 \cdot \frac{2h}{5} = \pi \cdot 64 \cdot \frac{2h}{5} \text{ cm}^3$ tür.

Bu hacim, kürelerin toplam hacmine eşit olmalıdır.

$$\pi \cdot 64 \cdot \frac{2h}{5} = \frac{4^5}{3}\pi$$

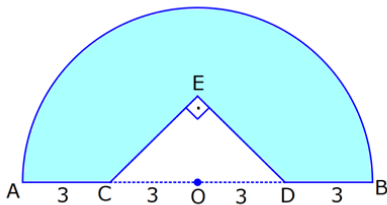
$$64 \cdot \frac{2h}{5} = \frac{4^5}{3}$$

$$2h \cdot 3 = 5 \cdot 4^2$$

$$h = \frac{40}{3} \text{ cm dir.}$$

Cevap: C

7)



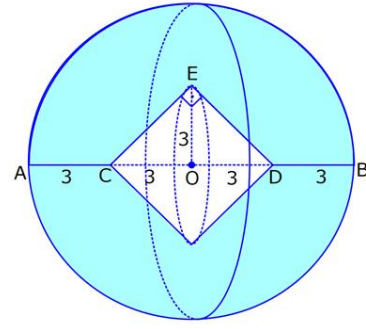
Yandaki [AB] çaplı
yarım çemberden
CED ikizkenar dik
üçgeni çıkarılmış-
tır.

$|AC| = |CO| = |OD| = |DB| = 3 \text{ cm}$ dir.

Yukarıdaki şekil [AB] kenarı etrafında 360° döndürülürse boyalı alanın taradığı hacim kaç cm^3 olur?

- A) 210π B) 242π C) 256π D) 270π E) 288π

ÇÖZÜM:



Üçgen çıkarılmasaydı 6 cm yarıçaplı tam küre oluşacaktı.

Bunun da hacmi $= \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 216 = 288\pi \text{ cm}^3$ tür.

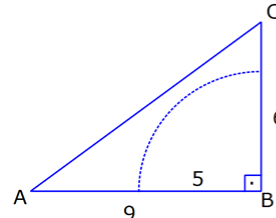
Şekildeki üçgen boşluk tan dolayı yarıçapı ve yüksekliği 3 cm olan iki tane koni boşluğu oluşur.

Bunların hacmi $= 2 \left(\frac{1}{3}\pi \cdot 3^3 \right) = 18\pi \text{ cm}^3$ tür.

O halde, boyalı bölgenin oluşturduğu hacim

$288\pi - 18\pi = 270\pi \text{ cm}^3$ tür. Cevap: D

8)



ABC üçgen

$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$

$|AB| = 9 \text{ cm}$

$|BC| = 6 \text{ cm}$

Yukarıdaki üçgen levhadan yarıçapı 5 cm olan B

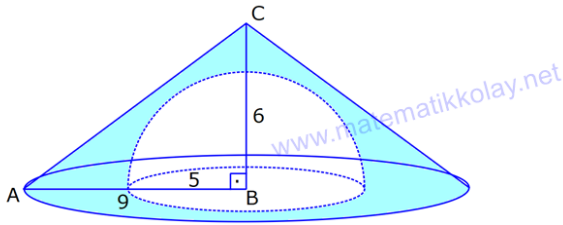
merkezli çeyrek çember çıkarılmıştır. Bu levha [BC]

kenarı etrafında 360° döndürülürse, taradığı hacim

kaç cm^3 olur?

- A) $\frac{212\pi}{3}$ B) $\frac{236\pi}{3}$ C) $\frac{242\pi}{3}$ D) $\frac{254\pi}{3}$ E) $\frac{266\pi}{3}$

ÇÖZÜM:



Koniden yarım küre çıkarılmış gibi bir görüntü oluşur.

Buna göre,

$$\underbrace{\frac{\pi \cdot 9^2 \cdot 6}{3}}_{\text{Koni}} - \underbrace{\frac{4}{3} \pi \cdot 5^3}_{\text{Yarım Küre}} = \frac{486\pi}{3} - \frac{250\pi}{3} = \frac{236\pi}{3} \text{ cm}^3 \text{ tür.}$$

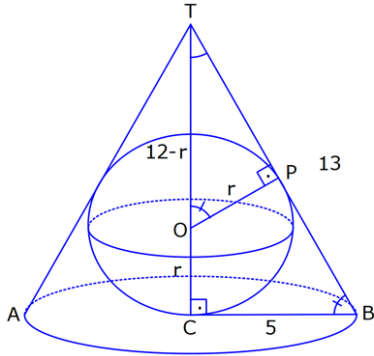
Cevap: B

9)

Taban yarıçapı 5 cm ve yüksekliği 12 cm olan bir dik koninin içinde yüzeylere teğet olacak şekilde bir küre yerleştiriliyor. Buna göre, kürenin yarıçapı kaç cm dir?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{10}{3}$ E) 4

ÇÖZÜM:



Şekildeki gibi kürenin merkezi ile teğet noktalar arasında diklikler kurarak benzer üçgenler oluşturabiliriz.

POT üçgeni ile CBT üçgeni benzer üçgenlerdir.

$$\frac{POT}{CBT} \Rightarrow \frac{\text{T açısının karşısı}}{r} = \frac{\text{Hipotenüs}}{12-r} \Rightarrow 13r = 60 - 5r$$

$$18r = 60$$

$$\Rightarrow r = \frac{60}{18} = \frac{10}{3} \text{ cm dir.}$$

Cevap: D

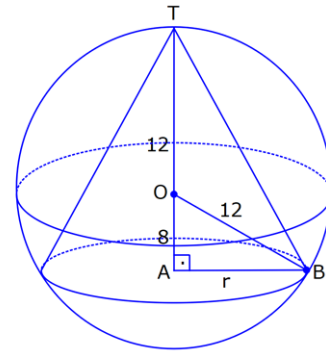
10)

Yarıçapı 12 cm olan kürenin içine 20 cm yüksekliğinde en büyük hacimli bir dik koni yerleştiriliyor.

Buna göre, koninin hacmi kaç cm^3 tür?

- A) $\frac{800\pi}{3}$ B) $\frac{1000\pi}{3}$ C) $\frac{1100\pi}{3}$ D) $\frac{1300\pi}{3}$ E) $\frac{1600\pi}{3}$

ÇÖZÜM:



Kürenin merkezi O, koninin taban merkezi A noktası olsun. B noktası da koninin tabanının, küreye temas ettiği noktalardan biri olsun.

$|AT| = 20$ cm (yükseklik) olduğundan, $|OA| = 8$ cm dir. OAB dik üçgeninden, koninin taban yarıçapını bulabiliriz.

$$r^2 = 12^2 - 8^2$$

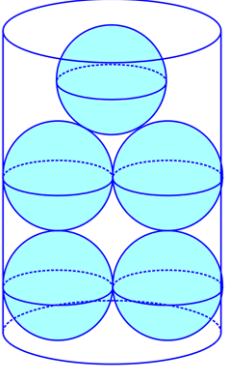
$$r^2 = 144 - 64$$

$r^2 = 80$ dir. O halde, koninin hacmi

$$\frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 80 \cdot 20}{3} = \frac{1600\pi}{3} \text{ cm}^3 \text{ tür.}$$

Cevap: E

11)

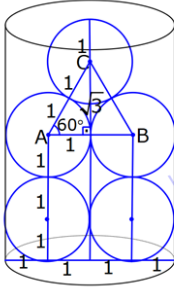


Yandaki dik silindirin içinde 5 tane eş küre bulunmaktadır. Bu küreler birbirlerine ve silindir yüzeylerine temas etmektedirler.

Bir kürenin yarıçapı 1 cm olduğuna göre, silindirin hacmi kaç cm^3 tür?

- A) $12\pi + 2\sqrt{3}\pi$ B) $12\pi + 4\sqrt{3}\pi$ C) $16\pi + 4\sqrt{3}\pi$
 D) $12\pi + 6\sqrt{3}\pi$ E) $16\pi + 8\sqrt{3}\pi$

ÇÖZÜM:



Üstteki 3 küre merkezi arasında eşkenar üçgen oluşur.

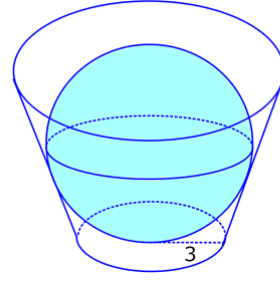
Bunun yüksekliği $\sqrt{3}$ cm dir (30-60-90 üçgeni).

Buna göre, silindirin yüksekliği

$$1 + 1 + 1 + \sqrt{3} + 1 = 4 + \sqrt{3} \text{ cm dir.}$$

Kürelerin yarıçaplarını kullanarak, silindirin taban çapını da bulabiliriz. Çap 4 cm olduğuna göre, taban yarıçapı 2 cm dir. O halde silindirin hacmi, $\pi \cdot 2^2 (4 + \sqrt{3}) = 16\pi + 4\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ tür. Cevap: C

12)



Alt taban yarıçapı 3 cm olan kesik koninin içinde tabanlarına ve yan yüzeylerine dokunacak şekilde bir küre vardır.

Kürenin yüzey alanı $96\pi \text{ cm}^2$ olduğuna göre, kesik koninin üst taban yarıçapı kaç cm dir?

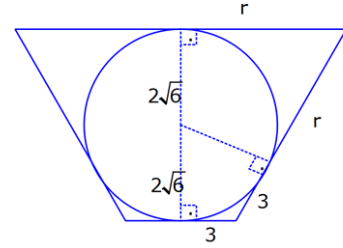
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

ÇÖZÜM:

Kürenin yüzey alanı $96\pi \text{ cm}^2$ ise,

$$4\pi R^2 = 96\pi \Rightarrow R^2 = 24 \Rightarrow R = 2\sqrt{6} \text{ cm dir.}$$

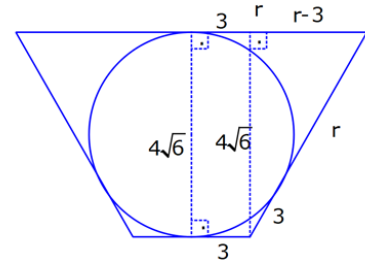
Küre ile kesik koninin kesitini şekildeki gibi alabiliriz.



Bir ikizkenar yamuk ve buna teğet bir çember elde ederiz.

Çemberin dışındaki bir noktadan teğet noktalarına çizilen uzunluklar birbirine eşit olacağı için 3 ve 3, r ve r uzunluklarını şekilde yazabiliriz.

Daha sonra, dikme indirerek r yi bulabiliriz.



Pisagor yaparsak,

$$(r - 3)^2 + (4\sqrt{6})^2 = (r + 3)^2$$

$$r^2 - 6r + 9 + 96 = r^2 + 6r + 9$$

$$96 = 12r \Rightarrow r = 8 \text{ cm dir.}$$

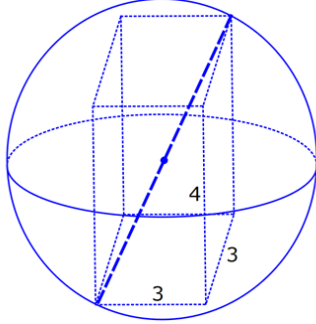
Cevap: B

13)

Taban kenarı 3 cm ve yüksekliği 4 cm olan bir kare dik prizmayı içine alan en küçük hacimli kürenin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

- A) 34π B) 36π C) 48π D) 50π E) 54π

ÇÖZÜM:



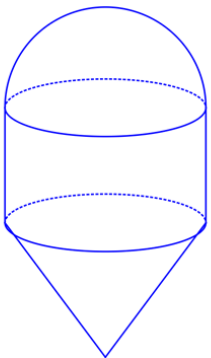
Kürenin çapı en az prizmanın cisim köşegeni kadar olmalıdır.

$$\begin{aligned}\text{Cisim köşegeni} &= \sqrt{3^2 + 3^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{9 + 9 + 16} \\ &= \sqrt{34} \text{ cm dir.}\end{aligned}$$

Kürenin yarıçapı $= \frac{\sqrt{34}}{2}$ cm dir. O halde,

$$\begin{aligned}\text{kürenin yüzey alanı} &= 4\pi \left(\frac{\sqrt{34}}{2} \right)^2 \\ &= 4\pi \frac{34}{4} \\ &= 34\pi \text{ cm}^2 \text{ dir. Cevap: A}\end{aligned}$$

14)

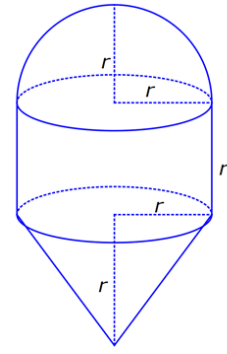


Şekildeki dik silindirin ve koninin yüksekliği, yarım kürenin yarıçapına eşittir.

Bu cismin hacmi $128\pi \text{ cm}^3$ olduğuna göre, yüzey alanı kaç cm^2 dir?

- A) $32\pi + 8\sqrt{2}\pi$ B) $48\pi + 16\sqrt{2}\pi$ C) $64\pi + 16\sqrt{2}\pi$
D) $48\pi + 24\sqrt{2}\pi$ E) $64\pi + 8\sqrt{2}\pi$

ÇÖZÜM:



Şekildeki cismin hacmi $128\pi \text{ cm}^3$ ise

$$\frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 \cdot r + \frac{\pi r^2 \cdot r}{3} = 128\pi$$

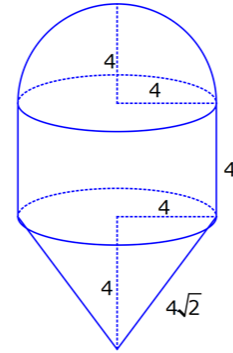
Yarım küre Silindir Koni

$$\frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^3 = 128\pi$$

$$2\pi r^3 = 128\pi$$

$$r^3 = 64 \Rightarrow r = 4 \text{ cm dir.}$$

Şimdi yüzey alanını hesaplayalım.



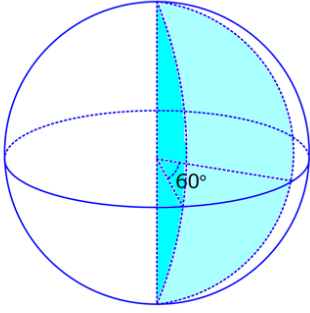
$$\frac{4\pi \cdot 4^2}{2} + 2\pi \cdot 4 \cdot 4 + \pi \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} = 32\pi + 32\pi + 16\sqrt{2}\pi$$

Yarım küre Silindir Koni

$$= 64\pi + 16\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Cevap: C

15)



Yarıçapı 6 br olan bir küreden şekildedeki gibi merkez açısı 60° olan bir küre dilimi çıkarılıyor.

Buna göre, kalan cismin yüzey alanındaki değişim nasıl olur?

- A) $24\pi br^2$ azalır B) $18\pi br^2$ azalır C) değişmez
D) $12\pi br^2$ artar E) $36\pi br^2$ artar

ÇÖZÜM:

Küresel yüzeyde 60° lik azalma olur.

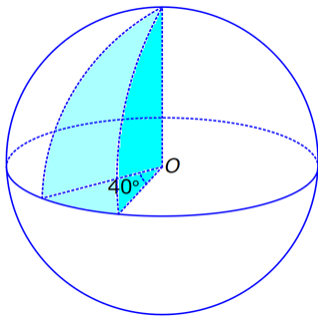
$$4\pi \cdot 6^2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{4\pi \cdot 36}{6} = 24\pi br^2 \text{ azalır.}$$

İki tane yarım daire yüzey eklenir.

$$2 \cdot \frac{\pi \cdot 6^2}{2} = 36\pi br^2 \text{ eklenir. O halde,}$$

yüzey alanı $36\pi - 24\pi = 12\pi br^2$ artar. Cevap: D

16)



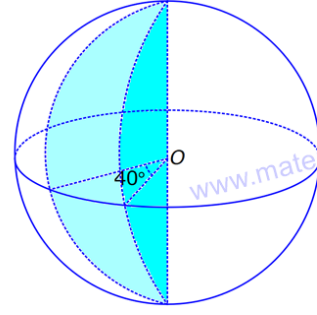
O merkezli kürenin üst yarısından merkez açısı 40° olan bir dilim çıkarılıyor.

Çıkarılan parçanın hacmi $10 cm^3$ olduğuna göre, ilk baştaki kürenin hacmi kaç cm^3 idi?

- A) 60 B) 80 C) 120 D) 150 E) 180

ÇÖZÜM:

Aynı derecede alttan da parça çıkarılsaydı, çıkarılan parçanın hacmi $2 \cdot 10 = 20 cm^3$ olurdu.



Bu kısım, tüm kürenin 40° si olduğuna göre

$$\text{tamamı } 20 \cdot \frac{360^\circ}{40^\circ} = 20 \cdot 9 = 180 cm^3 \text{ tür. Cevap: E}$$