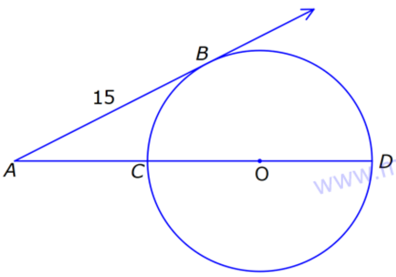
1)



O, çemberin merkezi

[AB, çembere B noktasında teğet

A,C,D doğrusal

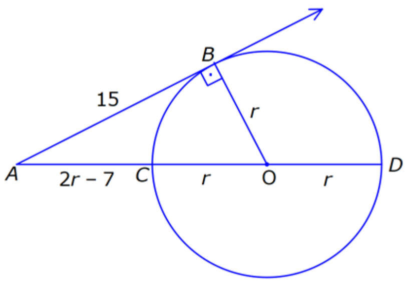
$|AB| = 15$ cm

$|DC| - |CA| = 7$ cm

Yukarıdaki verilere göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

ÇÖZÜM:



Not: Çemberin merkezi ile teğet noktasını birleştiren yarıçap, teğet doğrusuna diktir.

Buna göre, [OB] $\perp$ [AB dir.

$|DC| = 2r$ olduğuna göre, $|CA| = 2r - 7$ cm olmalıdır.

ABO dik üçgeninde pisagor yaparsak,

$r^2 + 15^2 = (2r - 7 + r)^2$

$r^2 + 225 = (3r - 7)^2$

$r^2 + 225 = 9r^2 - 42r + 49$

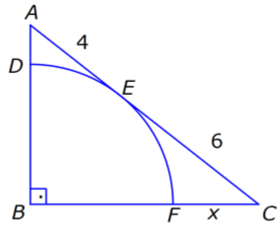
$0 = 8r^2 - 42r - 176$ her tarafı 2 ye bölelim.

$0 = \underset{\substack{4r \\ r}}{4r^2} - 21r - \underset{\substack{11 \\ -8}}{88}$

$0 = (4r + 11)\underbrace{(r - 8)}_{r=8} \Rightarrow r = 8$ cm dir. Cevap: A

(Dik üçgenin 8-15-17 üçgeni olduğunu tahmin edilerek de $r = 8$ cm bulunabilir.)

2)



ABC üçgen, B merkezli çeyrek çembere E noktasında teğettir.

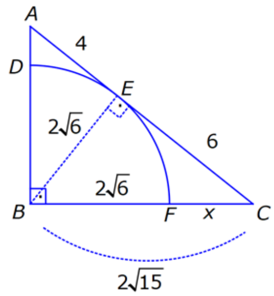
$|AE| = 4$ cm

$|EC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|FC| = x$ kaç cm dir?

A) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{15} - 6\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{15} - 2\sqrt{6}$

ÇÖZÜM:



Çemberin merkezinden E'ye dikme indirelim.

Öklitten,

$|BE|^2 = 4.6 \Rightarrow |BE|^2 = 24 \Rightarrow |BE| = 2\sqrt{6}$ cm dir.

Çemberin yarıçapı $2\sqrt{6}$ cm olur.

BEC üçgeninde pisagordan

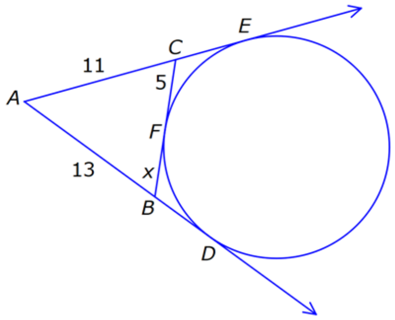
$|BC|^2 = (2\sqrt{6})^2 + 6^2$

$|BC|^2 = 24 + 36$

$|BC|^2 = 60 \Rightarrow |BC| = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$ cm dir. O halde,

$x = 2\sqrt{15} - 2\sqrt{6}$ cm dir. Cevap: E

3)

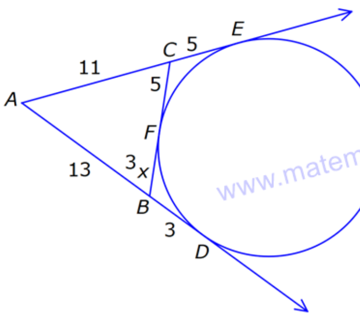


ABC üçgen,
[AE, E noktasında
[AD, D noktasında
[BC, F noktasında
çembere teğettir.
$|AC| = 11$ cm
$|AB| = 13$ cm
$|CF| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|FB| = x$ kaç cm dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

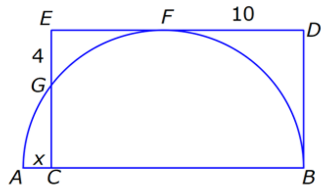
ÇÖZÜM:



Not: Çemberin dışındaki bir noktadan çembere çizilen teğetlerin uzunlukları birbirine eşittir.

Buna göre,
$|CE| = |CF| = 5$ cm dir (C noktasından çizilen teğetler).
$|AE| = 11 + 5 = 16$ cm olur. O halde,
$|AD| = 16$ cm dir (A noktasından çizilen teğetler).
$|BD| = 16 - 13 = 3$ cm kalır. O halde,
$x = 3$ cm dir (B noktasından çizilen teğetler).
Cevap: B

4)

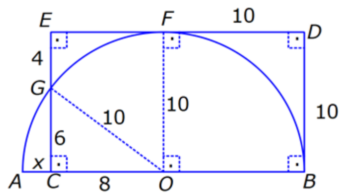


CBDE dikdörtgeni
[AB] çaplı yarım
çembere B ve F
noktalarında
teğettir.

$|EG| = 4$ cm ve $|FD| = 10$ cm olduğuna göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

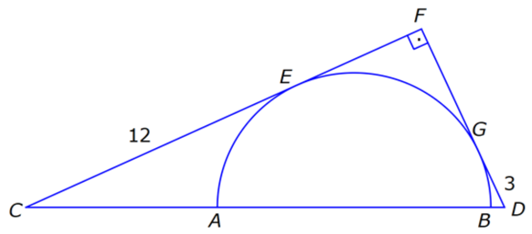
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:



$|FD| = 10$ cm ise $|BD| = 10$ cm dir (D noktasından çizilen teğetler birbirine eşit olmalıdır).
Çemberin merkezi O noktası olsun.
O'dan F'ye çizdiğimiz doğru, dik olacaktır.
B ve D noktalarında da dik açı vardır (Dikdörtgenin köşeleri).
O halde, O noktasında da dik açı olur.
Yani OBDF dörtgeni bir karedir.
$|OB| = |OF| = 10$ cm dir (yarıçap).
$|GC| = 10 - 4 = 6$ cm olur.
[OG] yi çizelim.
OCG üçgeni bir 6 - 8 - 10 üçgeni olur.
$|CO| = 8$ cm dir. Buna göre,
$x = 10 - 8 = 2$ cm buluruz. Cevap: B

5)

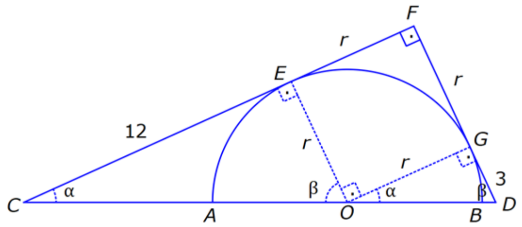


CFD üçgeni, [AB] çaplı yarım çembere E ve G nokta-
larında teğettir.

$|CE| = 12$ cm ve $|GD| = 3$ cm olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM:



Çemberin merkezi O noktası olsun.

Teğet noktalarına şekildeki gibi dikmeler çizebiliriz.

E,F,G noktalarında dik açı olduğuna göre, OGFE dörtgeninin diğer iç açısı da dik açı olacaktır.

Bu dikdörtgenin ardışık iki kenarı da yarıçapa ait olduğundan bu bir kare olacaktır.

$|OE| = |OG| = |EF| = |FG| = r$ dir.

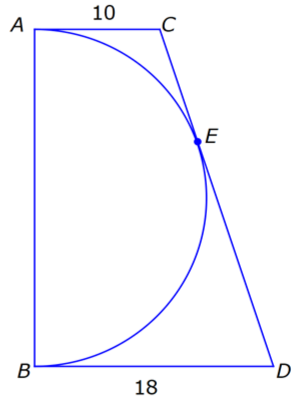
$m(\widehat{ECO}) = \alpha$ ve $m(EOC) = \beta$ olsun $(\alpha + \beta = 90°)$.

$m(\widehat{DOG}) = \alpha$ ve $m(OGD) = \beta$ olur $(\alpha + \beta = 90°)$.

O halde, CEO üçgeni ile OGD üçgeni arasında benzerlik yapabiliriz.

$$\frac{r}{12} = \frac{3}{r} \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow r = 6 \text{ cm dir. Cevap: C}$$

6)



ABCD yamuğu,
A,E ve B noktalarında
[AB] çaplı yarım
çembere teğettir.

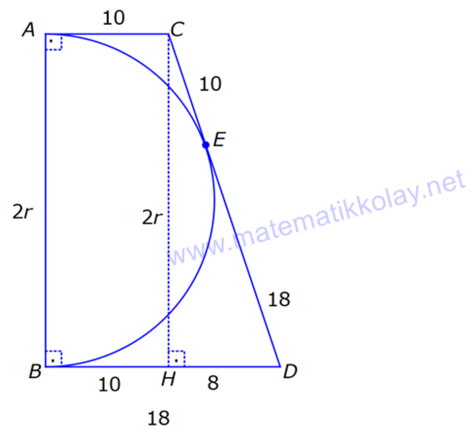
$|AC| = 10$ cm

$|BD| = 18$ cm

Yukarıdaki verilere göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 12 B) $10\sqrt{2}$ C) 14 D) $8\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{5}$

ÇÖZÜM:



$|AC| = 10$ cm ise $|CE| = 10$ cm olmalıdır.

$|BD| = 18$ cm ise $|CD| = 18$ cm olmalıdır.

A ve B teğet noktalarında 90° lik açı olur.

[CH] dikmesini indirelim.

$|BH| = 10$ cm olur. $\Rightarrow$ $|HD| = 8$ cm kalır.

CHD üçgeninde pisagor yaparsak,

$(2r)^2 + 8^2 = 28^2$

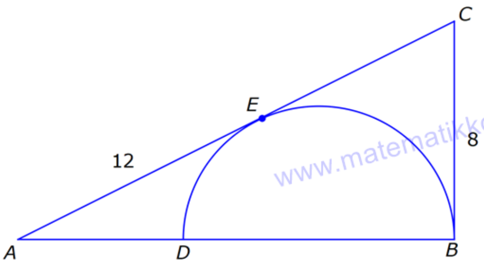
$4r^2 + 64 = 784$

$4r^2 = 720$

$r^2 = 180$

$r = 6\sqrt{5}$ cm dir. Cevap: E

7)

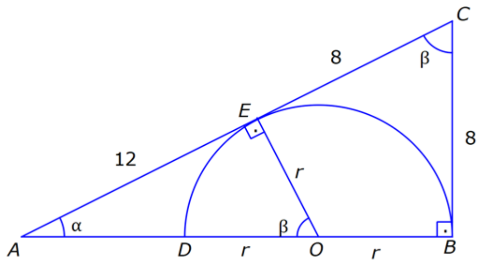


ABC üçgeni, [BD] çaplı yarım çembere B ve E nokta-larında teğettir.

$|AE| = 12$ cm ve $|BC| = 8$ cm olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) $\frac{7\sqrt{15}}{3}$ B) $\frac{3\sqrt{30}}{4}$ C) $\frac{6\sqrt{20}}{5}$ D) $\frac{11\sqrt{5}}{6}$ E) $\frac{8\sqrt{21}}{7}$

ÇÖZÜM:



$|EC| = |CB| = 8$ cm dir (Bir noktadan çizilen teğetler birbirine eşittir.)

$|AB|$ uzunluğunu bulalım.

$8^2 + |AB|^2 = 20^2$

$64 + |AB|^2 = 400$

$|AB|^2 = 336$

$|AB| = \sqrt{336} = \sqrt{16.21} = 4\sqrt{21}$ cm dir.

Çemberin merkezi O noktası olsun. Buradan E nokta-sına bir dikme çizelim.

E ve B noktalarında dik açı olacaktır.

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$ ve $m(\widehat{AOE}) = \beta$ olsun $(\alpha + \beta = 90°$ dir).

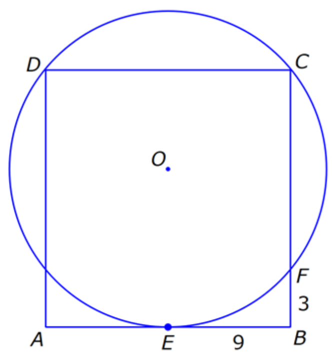
ABC üçgeninde de $m(\widehat{ACB}) = \beta$ olur.

ABC üçgeni ile AEO üçgeni arasında benzerlik yapabiliriz.

$$\frac{AEO}{ABC} \Rightarrow \frac{\overset{\alpha \text{ nın karşısı}}{r}}{8} = \frac{\overbrace{\overset{3}{\cancel{12}}}^{\beta \text{ nın karşısı}}}{\cancel{4}\sqrt{21}} \Rightarrow r = \frac{24}{\underset{\sqrt{21}}{\sqrt{21}}} = \frac{\overset{8}{\cancel{24}}\sqrt{21}}{\underset{7}{\cancel{21}}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{8\sqrt{21}}{7} \text{ cm dir.} \qquad \text{Cevap: E}$$

8)



ABCD dikdörtgeni O merkezli çembere E noktasında teğettir. C ve D noktaları çemberin üzerindedir.

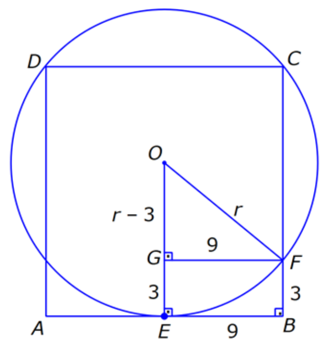
$|EB| = 9$ cm

$|FB| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

ÇÖZÜM:



Çemberin merkezinden E noktasına dikme çizelim.

$|OE| = r$ dir.

F'den [OE] ye bir dikme çizelim.

$|FB| = 3$ cm olduğundan $|OG| = r - 3$ cm kalır.

$|GF| = |EB| = 9$ cm dir.

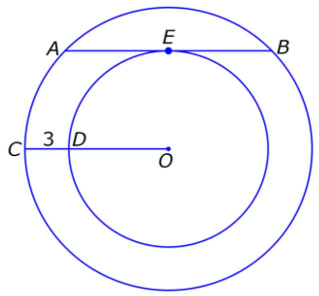
$|OF| = r$ olduğuna göre, OGF üçgeninde pisagordan

$(r-3)^2 + 9^2 = r^2$

$\cancel{r^2} - 6r + 9 + 81 = \cancel{r^2}$

$90 = 6r \Rightarrow r = 15$ cm buluruz. Cevap: E

9)

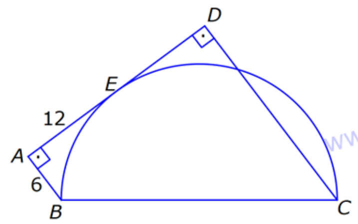


O merkezli iki çember yanda gösterilmiştir. A ve B noktaları büyük çemberin üzerindedir. [AB] doğru parçası küçük çembere E noktasında teğettir. $|AB| = 24$ cm dir.

C, D, O doğrusal ve $|CD| = 3$ cm dir. Küçük çemberin yarıçapı r_1, büyük çemberin yarıçapı r_2 olduğuna göre, $\frac{r_1}{r_2}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{10}{11}$ B) $\frac{13}{15}$ C) $\frac{15}{17}$ D) $\frac{17}{21}$ E) $\frac{23}{25}$

10)



ABCD yamuğu, [BC] çaplı yarım çembere E noktasında teğettir.

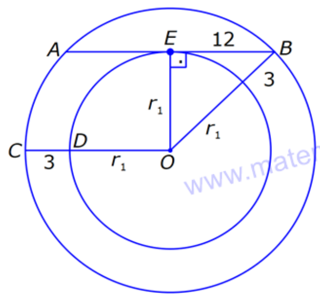
$m(\widehat{BAD}) = 90^\circ$

$m(\widehat{ADC}) = 90^\circ$ dir.

$|AB| = 6$ cm ve $|AE| = 12$ cm olduğuna göre, $|DC|$ kaç cm dir?

A) 22 B) 24 C) 25 D) 28 E) 30

ÇÖZÜM:



Küçük çemberin yarıçapı r_1 ise,
büyük çemberin yarıçapı $r_1 + 3$ cm dir.
O'dan E noktasına dikme indirelim (teğet noktası).
[AB] doğru parçası büyük çember için bir kiriş olduğu için, indirdiğimiz dikme [AB] yi iki eş parçaya ayırır. $|AE| = |EB| = 12$ cm olur.
OBE dik üçgeninde pisagor yaparsak

$$r_1^2 + 12^2 = (r_1 + 3)^2$$

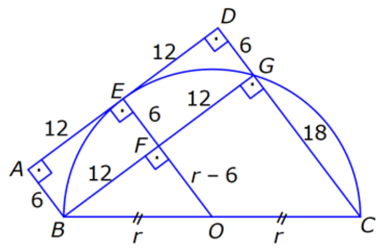
$$\cancel{r_1^2} + 144 = \cancel{r_1^2} + 6r_1 + 9$$

$$135 = 6r_1 \Rightarrow r_1 = \frac{\overset{45}{\cancel{135}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{45}{2} \text{ dir.}$$

$$r_2 = \frac{45}{2} + 3 = \frac{51}{2} \text{ dir. O halde,}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{45}{\cancel{2}}}{\frac{51}{\cancel{2}}} = \frac{\overset{15}{\cancel{45}}}{\underset{17}{\cancel{51}}} = \frac{15}{17} \text{ dir.} \qquad \text{Cevap: C}$$

ÇÖZÜM:



O'dan E'ye dikme indirelim (teğet noktası).
[BG] yi çizelim. $m(\widehat{BGC}) = 90^\circ$ olur (çapı gören çevre açı).
[BG] // [AD] olduğu için F noktasında da dik açı olur.
$|BF| = |AE| = 12$ cm dir.
$|AB| = |EF| = |DG| = 6$ cm dir.
$|BO| = r$ ise $|FO| = r - 6$ cm dir.
BFO üçgeninde pisagor yaparsak,

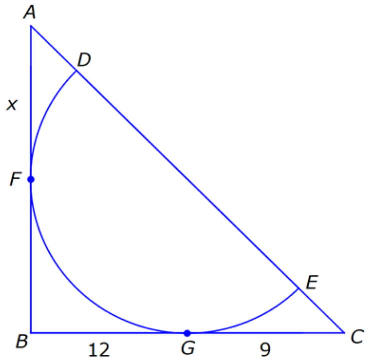
$$12^2 + (r-6)^2 = r^2$$

$$144 + \cancel{r^2} - 12r + 36 = \cancel{r^2}$$

$$180 = 12r \Rightarrow r = 15 \text{ cm dir.}$$

$|FO| = 15 - 6 = 9$ cm dir.
BGC üçgeninde [FO] orta taban olduğu için
$|GC| = 2.9 = 18$ cm dir.
$|DC| = 6 + 18 = 24$ cm buluruz. Cevap: B

11)



[DE] çaplı yarım çember, ABC dik üçgenine F ve G noktalarında teğettir.

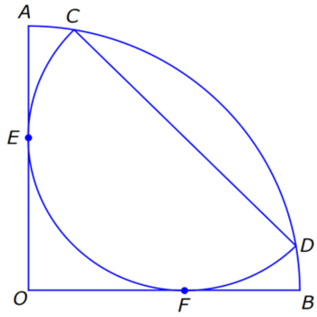
$|BG| = 12$ cm

$|GC| = 9$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AF| = x$ kaç cm dir?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

12)



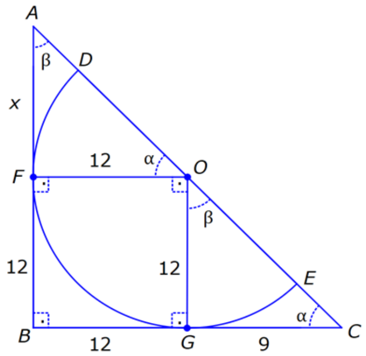
[CD] çaplı yarım çember, O merkezli çeyrek çembere E ve F noktalarında teğettir.

$|AO| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|CD|$ kaç cm dir?

A) $4\sqrt{3}$ B) 6 C) $6\sqrt{3}$ D) 8 E) $8\sqrt{3}$

ÇÖZÜM:



O, yarım çemberin merkezi olsun.

O'dan F ve G' ye dikme indirelim (teğet noktası).

BGOF dörtgeni bir kenarı 12 cm olan bir kare olur.

$m(\widehat{GCO}) = \alpha$ ve $m(\widehat{GOC}) = \beta$ olsun.

$m(\widehat{FOA}) = \alpha$ ve $m(\widehat{FAO}) = \beta$ olur.

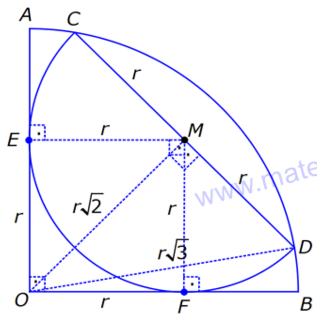
AFO üçgeni ile OGC üçgeni arasındaki benzerlikten

$$\frac{\text{AFO üçgeni}}{\text{OGC üçgeni}} \Rightarrow \frac{\overbrace{x}^{\alpha \text{ nın karşısı}}}{12} = \frac{\overbrace{12}^{\beta \text{ nın karşısı}}}{9}$$

$$\Rightarrow 9x = 144 \Rightarrow x = 16 \text{ cm dir.}$$

Cevap: D

ÇÖZÜM:



M, yarım çemberin merkezi olsun.

M'den E ve F' ye dikme indirelim (teğet noktası).

Yarım çemberin yarıçapı r olsun.

OFME dörtgeni bir kenarı r olan bir karedir.

$|OM| = r\sqrt{2}$ dir (karenin köşegeni).

[OM] $\perp$ [CD] dir. Çünkü, merkezden kirişe indirilen dikme, kirişi iki eş parçaya ayırırdı.

$|CM| = |MD|$ olduğu için [OM] $\perp$ [CD] dir.

OMD dik üçgeninde pisagor yaparsak,

$$|OD|^2 = (r\sqrt{2})^2 + r^2$$

$$|OD|^2 = 2r^2 + r^2$$

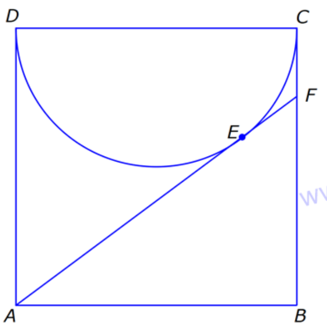
$$|OD|^2 = 3r^2$$

$|OD| = r\sqrt{3}$ tür (çeyrek çemberin yarıçapı).

$r\sqrt{3} = 12$ cm $\Rightarrow r = 4\sqrt{3}$ cm dir.

$|CD| = 2.4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ cm dir. Cevap: E

13)



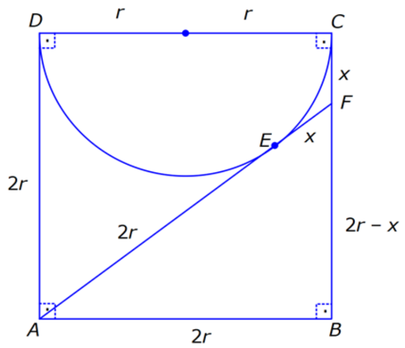
ABCD karesinin içinde [DC] çaplı yarım çember E noktasında [AF] doğru parçasına teğettir.

Ç(AFB) = 18 cm

Yukarıdaki verilere göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

ÇÖZÜM:



Çemberin yarıçapı r ise, karenin bir kenarı 2r dir.

$|AE| = |AD| = 2r$ dir (A noktasından çizilen teğetler).

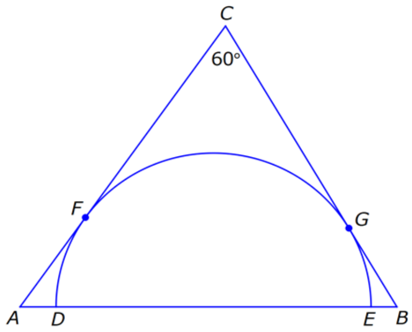
$|CF| = x$ ise $|EF| = x$ tir (F noktasından çizilen teğetler).

$|BF| = 2r - x$ kalır. Buna göre,

$Ç(ABF) = 2r + (2r - x) + (2r + x) = 6r$ dir.

$6r = 18$ cm ise $r = 3$ cm dir. Cevap: C

14)



[DE] çaplı yarım çember ABC üçgenine F ve G noktalarında teğettir.

$|AC| = 14$ cm

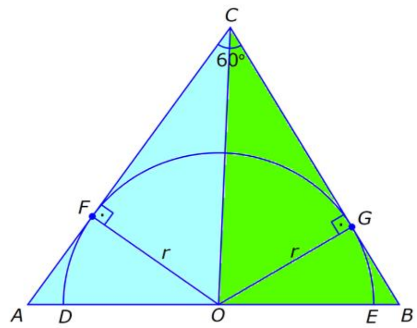
$|BC| = 12$ cm

$m(\widehat{ACB}) = 60°$

Yukarıdaki verilere göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) $\frac{27\sqrt{3}}{8}$ B) $\frac{29\sqrt{3}}{9}$ C) $\frac{32\sqrt{3}}{11}$ D) $\frac{42\sqrt{3}}{13}$ E) $\frac{47\sqrt{3}}{15}$

ÇÖZÜM:



Sinüslü alan formülünden üçgenin alanını bulabiliriz.

$A(ABC) = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{7}{\cancel{14}} \cdot 12 \cdot \sin 60° = 7 \cdot \overset{6}{\cancel{12}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 42\sqrt{3}\ cm^2$ dir.

Ayrıca, çemberin yarıçapını yükseklik olarak kullanıp iki üçgenin alanından da ABC üçgeninin alanını bulabiliriz.

$A(ABC) = A(AOC) + A(BOC)$

$= \frac{14.r}{2} + \frac{12.r}{2} = 7r + 6r = 13r$ dir.

$13r = 42\sqrt{3}$ ise $r = \frac{42\sqrt{3}}{13}$ cm dir. Cevap: D