

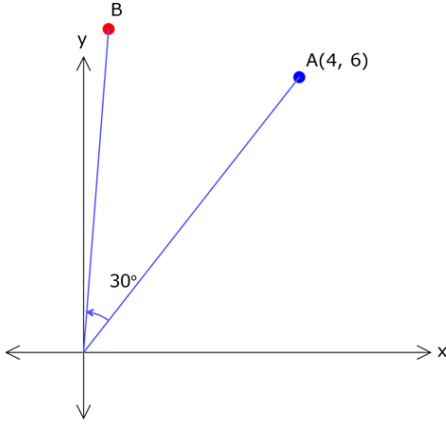
## DÖNME

1)

A(4, 6) noktası orijin etrafında pozitif yönde  $30^\circ$  döndürüldüğünde B noktası elde ediliyor. Buna göre, B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(2\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$       B)  $(4-2\sqrt{3}, 6-\sqrt{3})$   
 C)  $(3-\sqrt{3}, 3+2\sqrt{3})$       D)  $(2\sqrt{3}-3, 2+3\sqrt{3})$   
 E)  $(\sqrt{6}-2, 3\sqrt{3})$

**ÇÖZÜM:**



**Not:**

A(x, y) noktası orijin etrafında pozitif yönde  $\alpha$  açısı kadar döndürüldüğünde

Apsis =  $x \cos \alpha - y \sin \alpha$

Ordinat =  $x \sin \alpha + y \cos \alpha$  olur.

Bu döndürme işlemi  $R_\alpha(P)$  şeklinde ifade edilir.

Buna göre,

B noktasının apsisi =  $4 \cdot \cos 30 - 6 \cdot \sin 30$

$$= 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 6 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 2\sqrt{3} - 3 \text{ tür.}$$

B noktasının ordinatı =  $4 \cdot \sin 30 + 6 \cdot \cos 30$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2 + 3\sqrt{3} \text{ tür.}$$

O halde, B noktasının koordinatları

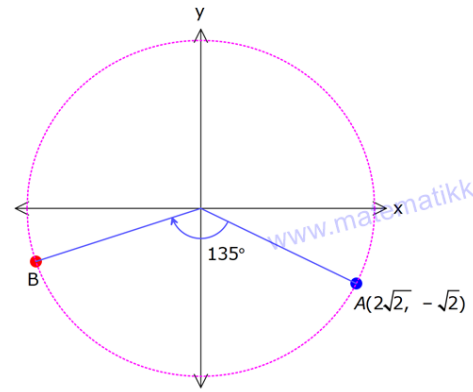
$(2\sqrt{3}-3, 2+3\sqrt{3})$  tür. Cevap: D

2)

A( $2\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ ) noktası orijin etrafında saat yönünde  $135^\circ$  döndürüldüğünde A' noktası elde ediliyor. Buna göre, A' noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-3, -1)$       B)  $(-2, 2\sqrt{2})$       C)  $(2, 4)$   
 D)  $(\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$       E)  $(1, 3)$

**ÇÖZÜM:**



$$R_\alpha(P) = (x \cos \alpha - y \sin \alpha, x \sin \alpha + y \cos \alpha)$$

Saat yönü, negatif yöndür. Açığı  $-135^\circ$  alacağız.

$$\begin{aligned} \text{Apsis} &= 2\sqrt{2} \cos(-135^\circ) - (-\sqrt{2}) \cdot \sin(-135^\circ) \\ &= 2\sqrt{2} \cos(135^\circ) - (-\sqrt{2}) \cdot (-\sin(135^\circ)) \\ &= 2\sqrt{2} \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2} - (-\sqrt{2}) \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ &= -2 - 1 \\ &= -3 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Ordinat =  $2\sqrt{2} \sin(-135^\circ) + (-\sqrt{2}) \cdot \cos(-135^\circ)$

$$= 2\sqrt{2} \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2} + (-\sqrt{2}) \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$= -2 + 1$$

$$= -1 \text{ buluruz.}$$

O halde, A' noktasının koordinatları  $(-3, -1)$  dir.

Cevap: A

**Not:**

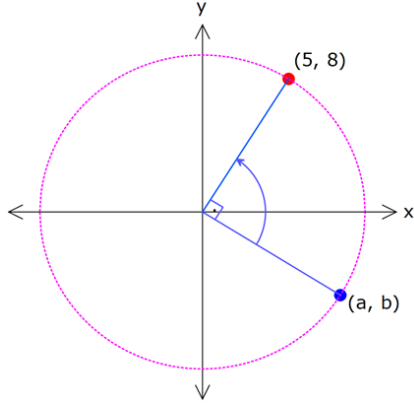
Saat yönünde döndürme negatif yönde döndürmedir.

3)

$R_{90^\circ}(a, b) = (5, 8)$  olduğuna göre,  $a+b$  kaçtır?

- A) -13    B) -3    C) 3    D) 13    E) 20

**ÇÖZÜM:**



$$R_\alpha(P) = (x \cos \alpha - y \sin \alpha, x \sin \alpha + y \cos \alpha)$$

$$(\underbrace{a \cos 90^\circ}_0 - b \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_1, a \sin 90^\circ + \underbrace{b \cos 90^\circ}_0) = (5, 8)$$

$$(-b, a) = (5, 8)$$

$$\Rightarrow b = -5, a = 8 \text{ dir.}$$

Buna göre,  $a+b=3$  tür. Cevap: C

**Not:**  $(a, b)$  noktasının  $90^\circ$  nin tek katlarındaki dönmelerinde her zaman  $a$  ve  $b$  nin yeri değişir. Hangi bölgeye gidiyorsa, o bölgenin işaretini alır.  $90^\circ$  lik pozitif dönme sonucu  $\Rightarrow (-b, a)$   $270^\circ$  lik pozitif dönme sonucu  $\Rightarrow (b, -a)$  olur. Orijine göre simetri ile orijin etrafında  $180^\circ$  dönmesi aynı şeydir.  $180^\circ$  lik pozitif dönme sonucu  $\Rightarrow (-a, -b)$  olur.

4)

$R_{180^\circ}(a, 3) = (-2, b)$  olduğuna göre,  $(a, b)$  noktası orijin etrafında saat yönünde  $90^\circ$  döndürülürse koordinatları aşağıdakilerden hangisi olur?

- A)  $(-3, 2)$     B)  $(2, -3)$     C)  $(3, 2)$   
D)  $(-3, 3)$     E)  $(-3, -2)$

**ÇÖZÜM:**

$(a, 3) \Rightarrow 180^\circ$  dönme sonucu  $(-a, -3)$  olur.

$(-a, -3) = (-2, b) \Rightarrow a=2$  ve  $b=-3$  tür.

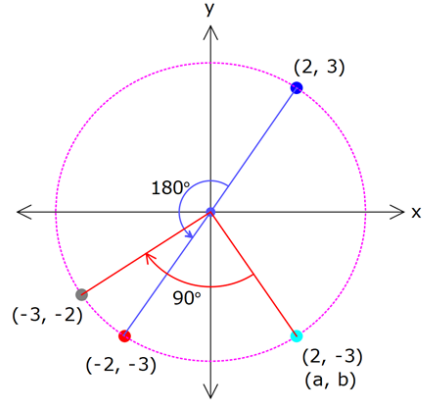
$(2, -3)$  saat yönünde  $90^\circ$  döndürülüyor.

Yani, negatif yönde  $90^\circ$  döndürülüyor.

3 ile 2 nin yeri değişecek.

$(2, -3)$  negatif yönde  $90^\circ \Rightarrow$  3.bölge olur.

$(-3, -2)$  noktasını elde ederiz. Cevap: E



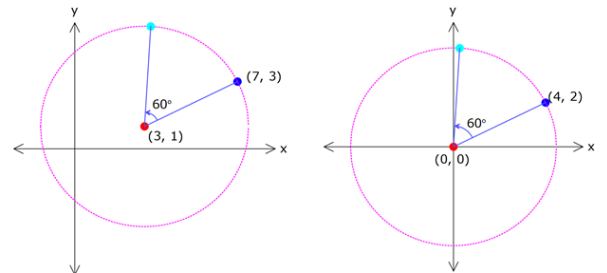
**Not:**  $270^\circ$  pozitif dönme ile  $90^\circ$  negatif dönme aynıdır.

5)

$A(7, 3)$  noktası  $B(3, 1)$  noktası etrafında  $60^\circ$  döndürüldüğünde elde edilen noktanın apsisi kaçtır?

- A)  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$     B)  $2 + \sqrt{3}$     C)  $3\sqrt{3} - 2$   
D)  $5 - \sqrt{3}$     E)  $5\sqrt{2} - 4$

**ÇÖZÜM:**



Dönme merkezini, orijin olarak kabul edersek

yani B(3, 1) noktasını orijine ötelerssek

A(7, 3) noktası (4, 2) noktası olur.

60° dönünce

$$\text{Apsis} = 4 \cdot \cos 60^\circ - 2 \cdot \sin 60^\circ$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2 - \sqrt{3} \text{ olur.}$$

Ötelemeyi geri alınca, apsis 3 br artacaktır.

$$5 - \sqrt{3} \text{ olur. Cevap: D}$$

$$R_\alpha(P) = (x \cos \alpha - y \sin \alpha, x \sin \alpha + y \cos \alpha)$$

**Not:** Açının pozitif ya da negatif olduğu belirtilmemişse açı pozitif kabul edilir.

6)

d:  $3x - 2y + 6 = 0$  doğrusu orijin etrafında  $270^\circ$  döndürülerek e doğrusu elde ediliyor.

Buna göre, d, e doğruları ile x eksenini arasında kalan üçgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

A)  $\frac{45}{7}$     B)  $\frac{60}{11}$     C)  $\frac{75}{13}$     D)  $\frac{80}{17}$     E)  $\frac{90}{19}$

**ÇÖZÜM:**

e doğrusunun noktalarını (x, y) olarak ifade edersek,  $270^\circ$  geriye doğru, yani negatif  $270^\circ$  derece döndürürsek d doğrusunun noktalarını elde ederiz.

Negatif  $270^\circ$ , pozitif  $90^\circ$  ile aynıdır.

(x, y)  $\Rightarrow$  pozitif  $90^\circ$  sonucu  $\Rightarrow (-y, x)$  olur.

Bu noktalar d doğrusunu sağladığından, denklemde yerine yazabiliriz.

$$3\underbrace{x}_{-y} - 2\underbrace{y}_x + 6 = 0 \Rightarrow -3y - 2x + 6 = 0 \text{ olur. (e doğrusu)}$$

e doğrusu x eksenini nerde keser, bulalım.

$$-3\underbrace{y}_0 - 2x + 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ te keser.}$$

d doğrusu x eksenini nerde keser, bulalım.

$$3x - 2\underbrace{y}_0 + 6 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ de keser.}$$

e ve d doğruları nerde kesişir, bulalım.

$$2/ \quad 3x - 2y + 6 = 0$$

$$3/ \quad -2x - 3y + 6 = 0$$

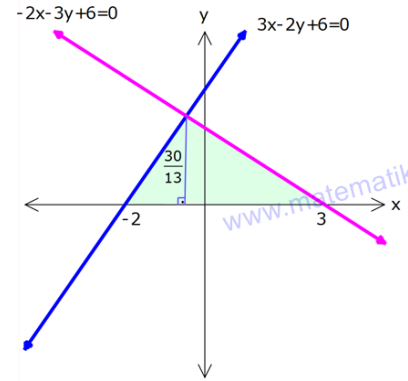
$$6x - 4y + 12 = 0$$

$$+ \quad -6x - 9y + 18 = 0$$

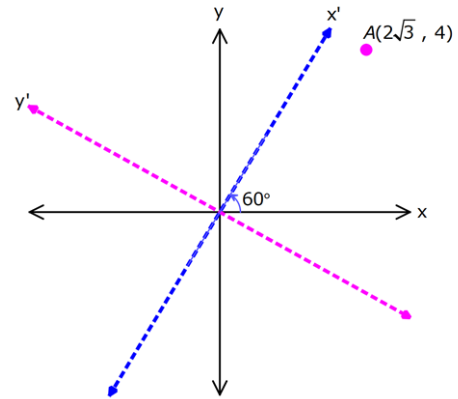
$$-13y + 30 = 0 \Rightarrow y = \frac{30}{13} \Rightarrow \text{Üçgenin yüksekliği}$$

$$\text{Buna göre, üçgenin alanı} = \frac{5 \cdot \frac{30}{13}}{2} = \frac{75}{13} br^2 \text{ dir.}$$

Cevap: C



7)



xy düzleminde A noktasının koordinatları  $(2\sqrt{3}, 4)$  tür. xy düzlemi orijin etrafında pozitif yönde  $60^\circ$  döndürülerek  $x'y'$  düzlemi elde ediliyor.

Buna göre, A noktasının  $x'y'$  düzlemindeki koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $(2, -2\sqrt{3})$     B)  $(3, -\sqrt{3})$     C)  $(3\sqrt{3}, -1)$

D)  $(6, \sqrt{3})$     E)  $(2\sqrt{3}, -2)$

## ÇÖZÜM:

xy düzleminin pozitif yönde  $60^\circ$  dönmesi ile, A noktasının negatif yönde  $60^\circ$  dönmesi aynı şeydir.

A noktasını  $-60^\circ$  döndüreceğiz.

$$R_\alpha(P) = (x \cos \alpha - y \sin \alpha, x \sin \alpha + y \cos \alpha)$$

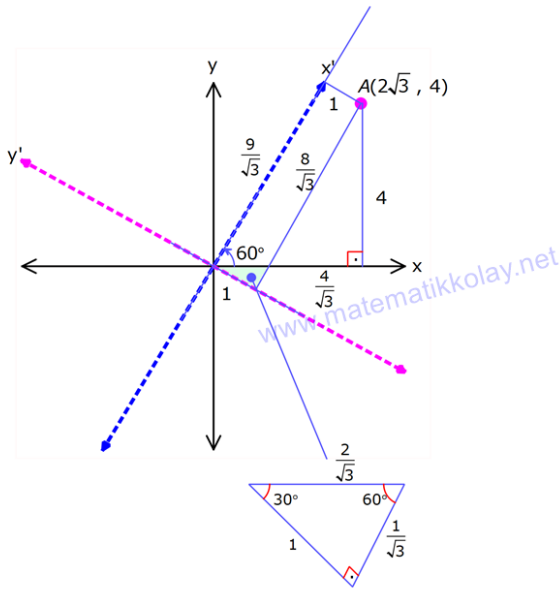
$$(2\sqrt{3} \cos(-60) - 4 \cdot \sin(-60), 2\sqrt{3} \sin(-60) + 4 \cos(-60))$$

$$\left( 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{-\sqrt{3}}{2}, 2\sqrt{3} \cdot \frac{-\sqrt{3}}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2} \right)$$

$$(\sqrt{3} + 2\sqrt{3}, -3 + 2)$$

$$(3\sqrt{3}, -1) \text{ noktası olur. Cevap: E}$$

## II. Yol:



$30-60-90$  üçgenlerini kullanarak,  $x'y'$  düzleminde hangi değerlere denk geldiğini bulabiliriz.

İlk önce x eksenine dikme indirerek başlarsak,

Üçgenin kenarları  $4, \frac{4}{\sqrt{3}}$  ve  $\frac{8}{\sqrt{3}}$  olur.

Küçük üçgenin (boyalı) x ekseninde kalan kenarı

$$2\sqrt{3} - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{6-4}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ olur.}$$

Bu üçgenin de kenarları  $\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$  ve 1 olur.

$$\text{O halde } x' \text{ eksenindeki değer } \frac{8}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

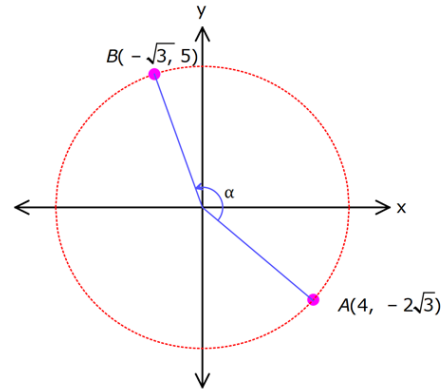
$y'$  eksenindeki değer de  $-1$  olur. Cevap: E

## 8)

$0^\circ < \alpha < 180^\circ$  olmak üzere,  $A(4, -2\sqrt{3})$  noktası orijin etrafında pozitif yönde  $\alpha$  açısı kadar döndürüldüğünde  $B(-\sqrt{3}, 5)$  noktası elde ediliyor. Buna göre,  $\alpha$  açısı kaç derecedir?

- A)  $30^\circ$  B)  $60^\circ$  C)  $120^\circ$  D)  $150^\circ$  E)  $165^\circ$

## ÇÖZÜM:



$$R_\alpha(P) = (x \cos \alpha - y \sin \alpha, x \sin \alpha + y \cos \alpha)$$

$$(4 \cos \alpha + 2\sqrt{3} \sin \alpha, 4 \sin \alpha - 2\sqrt{3} \cos \alpha) = (-\sqrt{3}, 5)$$

eşitliğini kurabiliriz.

$$3 / \quad 4 \cos \alpha + 2\sqrt{3} \sin \alpha = -\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} / \quad 4 \sin \alpha - 2\sqrt{3} \cos \alpha = 5$$

$$\frac{12 \cos \alpha + 6\sqrt{3} \sin \alpha = -3\sqrt{3}}$$

$$+ \frac{8\sqrt{3} \sin \alpha - 12 \cos \alpha = 10\sqrt{3}}$$

$$14\sqrt{3} \sin \alpha = 7\sqrt{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

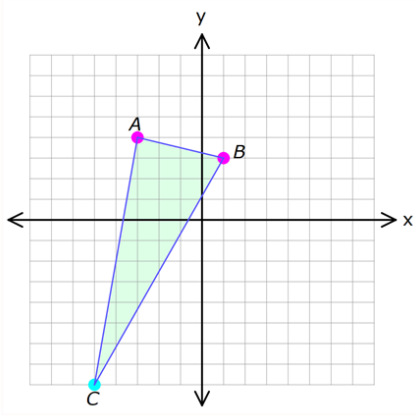
$\alpha = 30^\circ$  veya  $150^\circ$  dir. Kosinüse de bakalım.

$$4 \cos \alpha + 2\sqrt{3} \frac{\sin \alpha}{1/2} = -\sqrt{3}$$

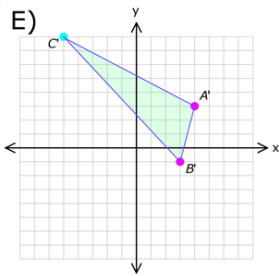
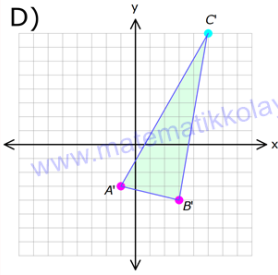
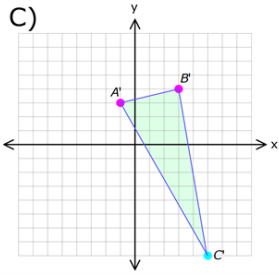
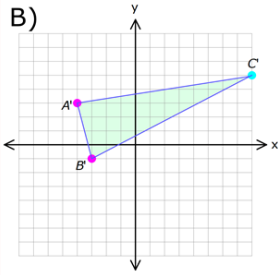
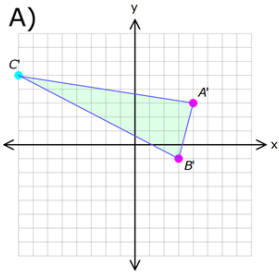
$$4 \cos \alpha + \sqrt{3} = -\sqrt{3} \Rightarrow 4 \cos \alpha = -2\sqrt{3} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

O hald bu  $\alpha$  açısı  $150^\circ$  olmalıdır. Cevap: D

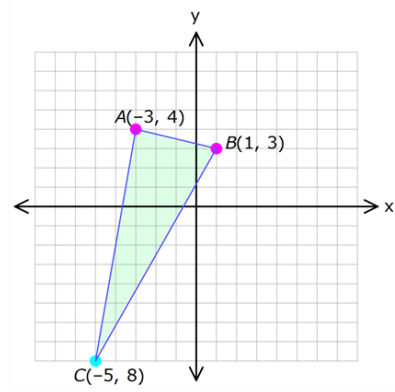
9)



Analistik düzlemde birim kareler içinde yukarıda gösterilen ABC üçgeni orijin etrafında pozitif yönde  $270^\circ$  döndürüldüğünde oluşan üçgen, aşağıdakilerden hangisinde doğru gösterilmiştir?



**ÇÖZÜM:**

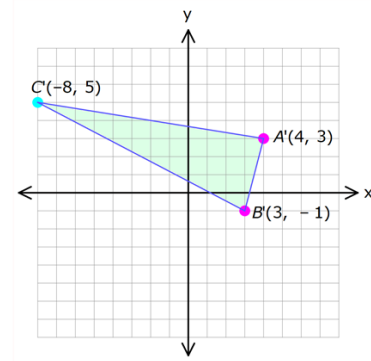


Köşe koordinatlarını tek tek döndürelim.  
 $270^\circ$  olduğu için, x ve y yer değiştirir.

$A(-3, 4) \Rightarrow 270^\circ$  sonucu 1.bölge  $\Rightarrow A'(4, 3)$  olur.  
2.bölge

$B(1, 3) \Rightarrow 270^\circ$  sonucu 4.bölge  $\Rightarrow B'(3, -1)$  olur.  
1.bölge

$C(-5, 8) \Rightarrow 270^\circ$  sonucu 2.bölge  $\Rightarrow C'(-8, 5)$  olur.  
3.bölge



Cevap: A