

1)

- I. Türkiye'deki şehirler
 II. Sınıftaki zeki öğrenciler
 III. BİLGİSAYAR kelimesindeki harfler
 IV. Güzel araba markaları
 V. 20 ile 40 arasındaki asal sayılar
- Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi bir küme belirtir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

I., III. ve V. ifadeler net ve herkes tarafından aynı şekilde anlaşılan elemanları belirttiği için birer küme belirtir.

Ancak, güzel araba markaları kişiden kişiye değişebilir. Bu sebeple küme belirtmez.

Aynı şekilde sınıftaki zeki öğrenciler de kişiden kişiye değişir.

Bu sebeple 3 ifade birer küme belirtir. Cevap: C

Not:

Elemanları iyi tanımlanmış, birbirinden farklı nesnelere topluluğuna küme denir. Kişiden kişiye değişebilecek, "bazı", "güzel" gibi ifadelerle küme belirtilemez.

2)

"Asal olan rakamlar" ifadesi A kümesini oluşturmaktadır. Buna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A) $3 \in A$ B) $11 \notin A$ C) $s(A) = 4$
 D) $5 \in A$ E) $9 \in A$

ÇÖZÜM:

Asal olan rakamlar $\Rightarrow 2, 3, 5$ ve 7 dir.

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ şeklinde gösterebiliriz.

Bu kümenin eleman sayısı da 4 tür, C doğru.

3 ve 5 bu kümenin birer elemanıdır, A ve D doğru.

11 bu kümenin elemanı değildir, B doğru.

Ancak E şıkkı yanlıştır. Çünkü 9 bu kümenin elemanı değildir. Cevap: E

Not:

Kümeler, A, B, C gibi büyük harflerle gösterilir. Kümeyi oluşturan her bir nesneye eleman denir. $s(A) \Rightarrow A$ kümesinin eleman sayısı demektir. $x \in A \Rightarrow x, A$ kümesinin elemanıdır. $x \notin A \Rightarrow x, A$ kümesinin elemanı değildir.

3)

$$A = \{a, b, \{c, d\}, e, f\}$$

kümesi ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) $s(A) = 6$ B) $c \in A$ C) $\{c, d\} \in A$
 D) $A = \{a, b, e, f\}$ E) $A = \{a, b, c, d, e, f\}$

ÇÖZÜM:

A kümesinin elemanları;

$$\left. \begin{array}{l} a \\ b \\ \{c, d\} \\ e \\ f \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Eleman sayısı 5 tir.}$$

Sadece c veya; Sadece d bu kümenin bir elemanı değildir. $\{c, d\}$ olduğu gibi bir elemandır. Cevap: C

Not:

Kümelerin elemanları $\{ \}$ parantezinin içinde virgüllerle ayrılarak yazılmasına **liste yöntemi** ile gösterim denir.

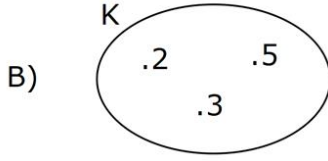
Kümedeki elemanların yer değiştirmesi kümeyi değiştirmez. $\{1, 2, 3, 4\} = \{2, 3, 4, 1\}$ dir.

Kümedeki her eleman bir kere yazılır. ~~$\{1, 1, 2\}$~~

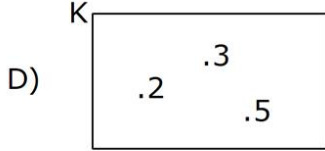
4)

K kümesi 2, 3, 5 sayılarından oluşmaktadır. Buna göre, aşağıdaki gösterimlerden hangisi yanlıştır?

A) $K = \{2, 3, 5\}$



C) $K = \{x \mid x \text{ bir asal sayı, } x < 6\}$



E) $K = \{x \mid 2 < x < 5, x \in \mathbb{N}\}$

ÇÖZÜM:

K kümesini liste yöntemi ile $K = \{2, 3, 5\}$ şeklinde gösterebiliriz. A şıkkı doğru.

Venn Şeması ile Gösterim:

Kümenin elemanlarını kapalı bir eğri içinde, her elemanın önüne nokta koyarak da gösterebiliriz. Bu yöntemde kapalı şekil daire, dikdörtgen, elips gibi şekiller olabilir.

\Rightarrow B ve D şıkları doğru.

Ortak özellik yöntemi:

Elemanların ortak özelliklerinden yararlanarak da kümeyi ifade edebiliriz.

$\{x \mid x \text{'lerin ortak özelliği}\}$

Örnek: $\{x \mid x < 5, x \in \mathbb{N}\} \Rightarrow$ "x öyle ki 5 ten küçük doğal sayılardır." şeklinde okunur.

Elemanları $\Rightarrow 0, 1, 2, 3$ ve 4 tür.

"|" sembolü yerine ":" iki nokta da kullanılabilir.

C şıkında 6 dan küçük asal sayılar denmiş, doğru.

\Rightarrow Bu kümeyi sadece 2, 3 ve 5 oluşturur.

E şıkında 2 ile 5 arasındaki doğal sayılar denmiş, yanlış. Çünkü bu kümenin elemanları sadece 3 ve 4 tür. Cevap: E

5)

$A = \{x \mid 20 < x^2 < 100, x \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{x \mid 20 \leq x < 99, x = 4k, k \in \mathbb{Z}\}$

kümeleri veriliyor. Buna göre $s(A) + s(B)$ kaçtır?

A) 20 B) 25 C) 27 D) 28 E) 30

ÇÖZÜM:

A kümesi, karesi 20 ile 100 arasında olan tam sayılardan oluşuyormuş.

20 den büyük en küçük tam kare sayı 25 tir. (5^2)

100 den küçük en büyük tam kare sayı 81 dir. (9^2)

O halde x değeri $\Rightarrow 5, 6, 7, 8, 9$ olabilir.

Tam sayı olduğu için, bunların negatifleri de olabilir. (-9, -8, -7, -6, -5)

Buna göre,

$A = \{-9, -8, -7, -6, -5, 5, 6, 7, 8, 9\}$ olur.

$s(A) = 10$ dur.

B kümesini bulalım.

x, bir tam sayının 4 katını olmalıymış.

Buna göre,

En küçük x değeri 20 dir.

En büyük x değeri 96 dir.

x değerleri, 20 den 96'ya kadar 4'ün katı olan tam sayılardır.

Terim sayısı $= \frac{96 - 20}{4} + 1 = \frac{76}{4} + 1 = 19 + 1 = 20$ dir.

O halde, $s(B) = 20$ dir.

$s(A) + s(B) = 10 + 20 = 30$ buluruz. Cevap: E

Not: $\text{Terim Sayısı} = \frac{\text{Son Terim} - \text{İlk Terim}}{\text{Artış Miktarı}} + 1$

6)

$A = \{x \mid x < 16, x \in \mathbb{N}\}$

$B = \{x \mid 4 < x < 7, x \in \mathbb{Q}\}$

$C = \{x \mid x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$

$D = \{x \mid x \text{ bir asal sayı, } x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, hangileri sonsuz kümedir?

A) Yalnız C B) A ve D C) B ve C
D) A ve C E) B, C ve D

ÇÖZÜM:

A kümesi $\Rightarrow 0, 1, 2, \dots, 15$ elemanlarından oluşuyor.

Dolayısıyla sonlu bir kümedir.

B kümesi $\Rightarrow 4$ ile 7 arasında sonsuz sayıda rasyonel sayı vardır. Bu sebeple sonsuz kümedir.

C kümesi $\Rightarrow 5$ ten küçük sonsuz sayıda tam sayı vardır. Çünkü negatif tam sayılar da sonsuzdur.

D kümesi \Rightarrow Çift asal sayı sadece 2 dir. Bu sebeple bu küme sonlu bir kümedir.

O halde, B ve C kümeleri sonsuz kümedir. Cevap: C

Not:

Eleman sayıları bir doğal sayı ile ifade edilebilen kümelere **sonlu küme**, edilemeyenlere ise **sonsuz küme** denir.

7)

$$A = \{x \mid x^2 + 4 < 0, x \in \mathbb{R}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ asal bir rakam}\}$$

$$C = \{x \mid x < 6, x \in \mathbb{N}\}$$

$$D = \{x \mid x \text{ bir rakam}\}$$

$$E = \{x \mid x < 10, x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$$

kümelere veriliyor. Buna göre, hangisi doğrudur?

A) $A = \{\emptyset\}$ dir.

B) $s(B) = 5$ tir.

C) C kümesi sonsuz kümedir.

D) D kümesi, diğer kümelerin evrensel kümesi olabilir.

E) $E = \{3, 6, 9\}$ dur.

ÇÖZÜM:

Reel bir sayının karesi, negatif olamayacağı için A kümesi boş kümedir. Ancak A şıkkındaki boş küme işareti yanlış kullanılmıştır. \emptyset veya $\{\}$ şeklinde olmalıdır. $\{\emptyset\}$ ise bir elemanlı bir kümedir.

$B = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow s(B) = 4$ tür. B yanlış.

$C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow 6$ elemanlı bir kümedir.

(Sonlu). C yanlış.

$E = \{0, 3, 6, 9\}$ dur. \Rightarrow E şıkkı yanlış.

$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesidir. Diğer tüm kümeleri kapsayan bir küme olduğu için evrensel küme olabilir. Cevap: D

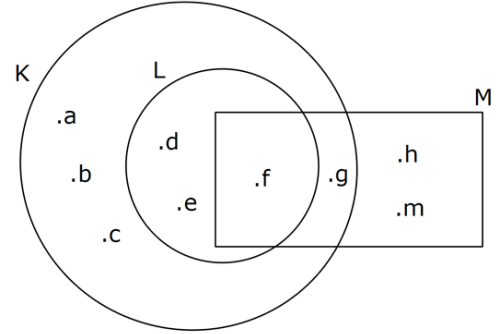
Not:

Elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir.

\emptyset veya $\{\}$ sembolleriyle gösterilir.

Üzerinde işlem yapılan tüm kümelere ait elemanları kapsayan kümeye **evrensel küme** denir. Genellikle E harfi ile gösterilir.

8)



Yukarıda gösterilen K, L, M kümeleri ile ilgili olarak,

I. $K \subset L$

II. $M \not\subset K$

III. $K \supset L$

öncüllerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız II

B) I ve II

C) I ve III

D) Yalnız III

E) II ve III

ÇÖZÜM:

Verilen kümelere göre,

L kümesi, K kümesinin bir alt kümesidir.

$L \subset K$ diye gösterebiliriz. (I. öncül yanlış)

Tersten düşünürsek, K kümesi L'yi kapsar.

$K \supset L$ diye gösterebiliriz. (III. öncül doğru)

M kümesinin, K kümesinden farklı elemanları olduğu için bir alt kümesi olamaz. Bu sebeple

$M \not\subset K$ ifadesi doğrudur. (II. öncül doğru)

Cevap: E

Not:

A kümesinin her elemanı B kümesinin de bir elemanı ise A, B'nin bir alt kümesidir.

$A \subset B$ veya $A \subseteq B$ diye gösterilir.

Biz bunu, B kümesi A kümesini kapsar diye de ifade edebiliriz.

$B \supset A$ veya $B \supseteq A$ diye gösterilir.

A kümesinin en az bir elemanı, B'nin bir elemanı değilse A, B'nin bir alt kümesi olamaz.

Bu durum da $A \not\subset B$ diye gösterilir.

9)

$$A = \{1, 2, 3, 4, \{5, 6\}, 7, 8\}$$

kümesi ile ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\emptyset \subset A$ B) $\{4, 5\} \subset A$ C) $A \subset A$
D) $\{5, 6\} \in A$ E) $\{4, 7\} \subset A$

ÇÖZÜM:

Not:

Boş küme, her kümenin bir alt kümesidir. $\emptyset \subset A$
Her küme, kendisinin bir alt kümesidir. $A \subset A$

Bu sebeple A ve C şıkları doğrudur.

$\{5, 6\}$ ifadesi, A'nın içinde bir eleman olduğu için D şıkkı da doğrudur.

4 ve 7 sayıları A kümesinin birer elemanı olduğu için $\{4, 7\}$ kümesi A'nın bir alt kümesidir. E şıkkı da doğru.

Ancak, A'da 5 diye bir eleman yoktur. Bu sebeple $\{4, 5\}$ kümesi A'nın bir alt kümesi olamaz. B şıkkı yanlıştır. Cevap: B

Not:

$A \subset B$ ve $B \subset D$ ise $A \subset D$ dir.

Her küme evrensel kümenin bir alt kümesidir.
E: evrensel küme olsun. $A \subset E$, $B \subset E$ dir.

Sayı kümeleri arasında da alt küme ilişkisi vardır.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ dir.
Doğal Sayılar Tam Sayılar Rasyonel Sayılar Reel Sayılar

10)

$$A = \{\emptyset, 2, a, \{c, e\}, 5\}$$

kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 16 C) 32 D) 64 E) 80

ÇÖZÜM:

$$\{\underbrace{\emptyset}_1, \underbrace{2}_2, \underbrace{a}_3, \underbrace{\{c, e\}}_4, \underbrace{5}_5\}$$

A kümesinin eleman sayısı 5 tir.

Alt küme sayısı = $2^5 = 32$ dir. Cevap: C

Not: $s(A) = n$ ise alt küme sayısı = 2^n dir.

11)

A kümesinin özalt küme sayısı 63 tür. Bu kümenin eleman sayısı 2 artarsa, alt küme sayısı kaç olur?

- A) 128 B) 256 C) 512 D) 1024 E) 2048

ÇÖZÜM:

Not:

Kümenin kendisi hariç, alt küme sayısına **özalt küme sayısı** denir ve $2^n - 1$ şeklinde hesaplanır.

$$2^n - 1 = 63 \text{ ise } \Rightarrow 2^n = 64 \Rightarrow 2^n = 2^6 \Rightarrow n = 6 \text{ dir.}$$

A kümesi 6 elemanlıymış.

Eleman sayısı 8 olursa alt küme sayısı $2^8 = 256$ olur.

Cevap: B

12)

Bir kümenin eleman sayısı 3 azaldığında alt küme sayısı 448 azalıyor, bu kümenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÇÖZÜM:

$2^n - 2^{n-3} = 448$ şeklinde denklemini kurabiliriz.

$$2^n - \frac{2^n}{2^3} = 448$$

$$2^n \left(1 - \frac{1}{2^3}\right) = 448$$

$$2^n \left(1 - \frac{1}{8}\right) = 448$$

$$2^n \cdot \frac{7}{8} = \frac{448 \cdot 8}{7}$$

$$2^n = 8 \cdot 64$$

$$2^n = 2^3 \cdot 2^6$$

$$2^n = 2^9$$

$n = 9$ dur. Cevap: D

13)

$$A = \{a, b, c, d, e, f\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a bulunur, f bulunmaz?

- A) 16 B) 20 C) 25 D) 32 E) 48

ÇÖZÜM:

$$A = \{\boxed{a}, \underbrace{b, c, d, e}_{4 \text{ eleman bulunabilir de bulunmayabilir de}}, f\}$$

Alt kümelerde kesinlikle a bulunacak, f ise bulunmayacak.

Bu elemanları çıkaralım.

$\{b, c, d, e\} \Rightarrow$ Bu 4 elemanı istediğimiz gibi kullanabiliriz.

$2^4 = 16$ farklı alt küme yazılabilir.

Bu alt kümelerin yanına a elemanını ekleyeceğiz, f'yi ise eklemeyeceğiz.

Böylelikle, istenen şarta uygun 16 farklı alt küme çıkar.

Cevap: A

14)

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 1 veya 2 bulunur?

- A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 32

ÇÖZÜM:

I.Yol:

A'nın alt küme sayısı $\Rightarrow 2^5 = 32$ dir.

1 ve 2'nin bulunmadığı alt kümelerinin sayısı

$$\{\cancel{1}, \cancel{2}, 3, 4, 5\} \Rightarrow 2^3 = 8 \text{ dir.}$$

$32 - 8 = 24$ alt kümesinde 1 veya 2'den en az biri vardır. Cevap: C

II.Yol:

1'in bulunduğu alt kümelerinin sayısı

$$\{\boxed{1}, \underbrace{2, 3, 4, 5}_4\} \Rightarrow 2^4 = 16 \text{ dir.}$$

2'nin bulunduğu alt kümelerinin sayısı

$$\{\boxed{2}, \underbrace{1, 3, 4, 5}_4\} \Rightarrow 2^4 = 16 \text{ dir.}$$

1 ve 2'nin birlikte buldukları kümeleri 2 defa saydık. Onları hesaplayıp, çıkaralım.

1 ve 2'nin bulunduğu alt kümelerinin sayısı

$$\{\boxed{1}, \boxed{2}, \underbrace{3, 4, 5}_3\} \Rightarrow 2^3 = 8 \text{ dir.}$$

Cevap: $16 + 16 - 8 = 32 - 8 = 24$ tür. Cevap: C

15)

$$K = \{x, y\}$$

$$M = \{x, y, a, b, c\}$$

kümeleri veriliyor. $K \subset L \subset M$ şartını sağlayacak

K ve M kümesi ile aynı olmayan kaç farklı L kümesi yazılabilir?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

ÇÖZÜM:

K, L'nin bir alt kümesi olduğu için x ve y elemanları L'de bulunmak zorundadır.

L, M'nin bir alt kümesi olduğu için en fazla a, b, c elemanlarını kullanabiliriz.

$$\{\boxed{x}, \boxed{y}, \underbrace{a, b, c}_{3 \text{ eleman}}\} \Rightarrow 2^3 = 8 \text{ farklı L kümesi yazılabilir.}$$

Ancak,

8 farklı alt kümenin içinde boş küme (\emptyset) ve hepsinin olduğu küme de var.

Eğer boş küme olursa, L kümesi K ile aynı olur.

Hepsinin olduğu küme olursa, L ile M aynı olur.

Bu ikisini çıkarmalıyız.

$8 - 2 = 6$ farklı L kümesi olur. Cevap: B

16)

$$T = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaçında elemanlarının çarpımı negatiftir? (Bir elemanlı kümeler dahil)

- A) 80 B) 88 C) 96 D) 112 E) 128

ÇÖZÜM:

Elemanları çarpımının negatif olması için alt kümelerinde ya 1 negatif tam sayı olmalı ya da 3 negatif sayının hepsi olmalıdır. Ayrıca 0 kesinlikle bulunmamalıdır.

1 negatifli alt kümeler :

$$\{\boxed{-3}, \cancel{2}, \cancel{1}, \emptyset, \underbrace{1, 2, 3, 4, 5}_{5 \text{ seçenek}}\} \Rightarrow 2^5 = 32$$

$$\{-3, \boxed{-2}, \cancel{1}, \emptyset, \underbrace{1, 2, 3, 4, 5}_{5 \text{ seçenek}}\} \Rightarrow 2^5 = 32$$

$$\{\cancel{3}, \cancel{2}, \boxed{-1}, \emptyset, \underbrace{1, 2, 3, 4, 5}_{5 \text{ seçenek}}\} \Rightarrow 2^5 = 32$$

3 negatifli alt kümeler :

$$\{\boxed{-3}, \boxed{-2}, \boxed{-1}, \emptyset, \underbrace{1, 2, 3, 4, 5}_{5 \text{ seçenek}}\} \Rightarrow 2^5 = 32$$

Toplam: $32 + 32 + 32 + 32 = 128$ farklı alt küme yazılabilir. Cevap: E

17)

$$H = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin tüm alt kümelerindeki elemanlarının sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 210 B) 225 C) 250 D) 320 E) 360

ÇÖZÜM:

"2" elemanının bulunduğu kaç alt küme var, hesaplayalım.

$$\{\boxed{2}, \underbrace{3, 4, 5, 6}_{4 \text{ seçenek}}\} \Rightarrow 2^4 = 16 \text{ kümede var.}$$

Bu hesaplama, diğer elemanlar için de geçerli. Yani tüm elemanlar 16'şar kez, kümelerde kullanılmıştır.

O halde, sayı değerleri toplamı

$$16 \cdot (2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 16 \cdot 20 = 320 \text{ dir. Cevap: D}$$

18)

$$A = \{x \mid 2 < x < 8, x = 2k - 1, k \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x \mid m < x < n, x \text{ asal sayı}\}$$

kümeleri veriliyor. $A = B$ olduğuna göre, m ve n doğal sayılarının toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

ÇÖZÜM:

A kümesinin elemanları 3, 5 ve 7 dir.

B kümesinde asal sayı olarak 2 olmamalıdır.

Bu sebeple $m = 2$ demeliyiz.

7'den sonraki asal sayı 11 dir.

11'in olmaması için en fazla $n = 11$ yazabiliriz.

$m + n = 2 + 11 = 13$ olur, en fazla.

Cevap: E

Not :

Tüm elemanları aynı olan kümelere **eşit kümeler** denir. $A = B$ şeklinde gösterilir.

$A = B$ ise $A \subset B$ ve $B \subset A$ dir.

Eleman sayıları eşit olan kümelere ise **denk kümeler** denir.