

BİNOM

1)

$(x-3)^5$ ifadesi veriliyor.

I. Terim sayısı 5 tir.

II. Katsayılar toplamı 32 dir.

III. Sabit terimi -243 tür.

Yukarıdaki öncüllerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve III C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

ÇÖZÜM:

$(x+y)^n$ ifadesinin açılımında

- $n+1$ tane terim vardır.
- Katsayılar toplamını bulmak için $x=y=1$ verilir.
- Sabit terimi bulmak için $x=y=0$ verilir.

$(x-3)^5$ ifadesinde $n=5$ tir.

Terim sayısı $=n+1=5+1=6$ dir. I. öncül yanlış.

$x=1$ yazarsak $(1-3)^5 = (-2)^5 = -32$ bulunur.

II. öncül yanlış.

$x=0$ yazarsak $(0-3)^5 = (-3)^5 = -243$ bulunur.

III. öncül doğru.

Cevap : C

2)

$$(2x+y)^n$$

ifadesinin açılımında 6 tane terim olduğuna göre, bu terimlerin katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 27 C) 81 D) 243 E) 729

ÇÖZÜM:

$$(2x+y)^n$$

ifadesinin terim sayısı $=n+1=6 \Rightarrow n=5$ tir.

Katsayılar toplamı için $x=y=1$ yazalım.

$$(2 \cdot 1 + 1)^5 = 3^5 = 243 \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

3)

$$(3x-ay-2)^n$$

ifadesinin sabit terimi -32 , katsayılar toplamı 243 olduğuna göre, $a+n$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 3 D) 5 E) 7

ÇÖZÜM:

$(x+y+z)^n$ ifadesinin açılımında

Katsayılar toplamını bulmak için $x=y=z=1$ verilir.

Sabit terimi bulmak için $x=y=z=0$ verilir.

$(3x-ay-2)^n$ ifadesinin sabit terimi $=-32$

$$\Rightarrow (3 \cdot 0 - a \cdot 0 - 2)^n = -32$$

$$\Rightarrow (-2)^n = -32 \Rightarrow (-2)^n = (-2)^5$$

$$\Rightarrow n=5 \text{ tir.}$$

$(3x-ay-2)^5$ ifadesinin katsayılar toplamı 243

$$\Rightarrow (3 \cdot 1 - a \cdot 1 - 2)^5 = 243 \Rightarrow (1-a)^5 = 3^5$$

$$\Rightarrow (1-a)^5 = 3^5 \Rightarrow 1-a=3 \Rightarrow a=-2 \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow a+n = -2+5 = 3 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

4)

$$(2x-y)^6$$

ifadesinin x in azalan kuvvetlerine göre açılımındaki baştan 3.terimin katsayısı kaçtır?

- A) -240 B) -160 C) 30 D) 160 E) 240

ÇÖZÜM:

$(x+y)^n$ ifadesinin x in azalan kuvvetlerine göre

açılımındaki $(r+1)$. terim: $\binom{n}{r} \cdot x^{(n-r)} \cdot y^r$ dir.

$$(2x-y)^6 \Rightarrow n=6 \text{ dir.}$$

$$r+1=3 \Rightarrow r=2 \text{ dir.}$$

Şimdi formülü uygulayalım.

$$\binom{6}{2} \cdot (2x)^4 \cdot (-y)^2 = \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 2^4 \cdot x^4 \cdot (-y)^2$$

$$= 15 \cdot 16 \cdot x^4 \cdot y^2 = \underbrace{240}_{\text{katsayı}} \cdot x^4 y^2 \Rightarrow 240 \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

5)

$$\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^4$$

ifadesinin açılımındaki ortadaki terimi bulunuz.

- A) $32x^5$ B) $24x^2$ C) 24 D) $-24x^2$ E) $-32x^5$

ÇÖZÜM:

Ortakdaki terimi bulmak için $r = \frac{n}{2}$ alınır.

$$\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^4 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow r = 2 \text{ dir.}$$

$$\binom{4}{2} \cdot (2x^2)^2 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^2 = 6 \cdot 4x^4 \cdot \frac{1}{x^2} = 24x^{4-2} = 24x^2 \text{ bulunur.} \quad \text{Cevap : B}$$

6)

$$(x+2y)^6$$

ifadesinin x in azalan kuvvetlerine göre açılımındaki sondan 3. terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $60x^4y^2$ B) $240x^2y^4$ C) $160x^3y^3$
D) $6x^5y$ E) $96xy^5$

ÇÖZÜM:

$$(x+2y)^6$$

ifadesinin x in azalan kuvvetlerine göre açılımındaki sondan 3. terimi bulmak için pratik olarak x li ve y li terimin yerini değiştirip, baştan 3. yü hesaplar gibi çözebiliriz.

$(2y+x)^6$ için çözelim.

$$n=6, r+1=3 \Rightarrow r=2$$

$$\Rightarrow \binom{6}{2} \cdot (2y)^{6-2} \cdot x^2 = \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot (2y)^4 \cdot x^2 = 15 \cdot 16y^4 \cdot x^2 = 240x^2 \cdot y^4 \text{ bulunur.}$$

II.Yol:

$(x+2y)^6$ ifadesinin açılımında n+1 terim vardır.
 $n=6 \Rightarrow 6+1=7$ terim vardır.

Sondan 3. terimin baştan kaçınıcı terim olduğunu düşünelim.7 den 3 birim geriye sararsak 5. terime geliriz. $\Rightarrow r+1=5 \Rightarrow r=4$ tür.

$$\Rightarrow \binom{6}{4} \cdot x^{6-4} \cdot (2y)^4$$

$$= \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot x^2 \cdot 16y^4 = 240x^2y^4 \text{ bulunur.} \quad \text{Cevap : B}$$

7)

$$(3x-2y)^n$$

ifadesinin açılımındaki terimlerden biri $A \cdot x^2 \cdot y^3$

olduğuna göre $\frac{A}{n}$ değeri kaçtır?

- A) -144 B) -72 C) 36 D) 72 E) 144

ÇÖZÜM:

$$(3x-2y)^n$$

ifadesinin açılımındaki terimlerden biri $A \cdot x^2 \cdot y^3$

ise $n=2+3=5$ ve $r=3$ tür.

$$\Rightarrow \binom{5}{3} \cdot (3x)^2 \cdot (-2y)^3 = 10 \cdot 9x^2 \cdot (-8y^3)$$

$$= -720x^2 \cdot y^3 = A \cdot x^2 \cdot y^3 \Rightarrow A = -720$$

$$\Rightarrow \frac{A}{n} = \frac{-720}{5} = -144 \text{ bulunur.}$$

Cevap : A

8)

$$(2x^3 - y^2)^7$$

ifadesinin açılımındaki terimlerden biri $A \cdot x^m \cdot y^8$ olduğuna göre, A + m değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -271 B) -131 C) 149 D) 289 E) 309

ÇÖZÜM:

$$(2x^3 - y^2)^7$$

ifadesinin açılımındaki terimlerden biri $A \cdot x^m \cdot y^8$ verilmiş. $n = 7$ dir. r yi bulmaya çalışalım.

y^2 nin kaçınıcı kuvveti alınmıştır ki açılımda y^8

gelmiş. $\Rightarrow (y^2)^r = y^8 \Rightarrow y^{2r} = y^8 \Rightarrow 2r = 8 \Rightarrow r = 4$ tür.

$$\binom{7}{4} \cdot (2x^3)^{7-4} \cdot (-y^2)^4 = A \cdot x^m \cdot y^8$$

$\binom{7}{3}$ ne eşit

$$\Rightarrow \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 8x^9 \cdot y^8 = A \cdot x^m \cdot y^8 \Rightarrow 280x^9 \cdot y^8 = A \cdot x^m \cdot y^8$$

$\Rightarrow A = 280$ ve $m = 9$ dur.

$\Rightarrow A + m = 280 + 9 = 289$ dur.

Cevap : D

9)

$$\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^6$$

ifadesinin açılımındaki x^2 li terimin katsayısı kaçtır ?

A) -20 B) -15 C) 15 D) 20 E) 30

ÇÖZÜM:

$$\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^6$$

ifadesinin açılımındaki x^2 li terimin katsayısını bulmak için fomülü kullanalım.

$n = 6$ verilmiş.

$$\Rightarrow \binom{6}{r} \cdot (x^2)^{6-r} \cdot \left(-\frac{1}{x^3}\right)^r = A \cdot x^2 \text{ diyelim.}$$

$$\Rightarrow \binom{6}{r} \cdot x^{12-2r} \cdot (-x)^{-3r} = A \cdot x^2$$

$$\Rightarrow \binom{6}{r} \cdot x^{12-2r} \cdot (-1)^{-3r} (x)^{-3r} = A \cdot x^2$$

$$\Rightarrow \binom{6}{r} \cdot (-1)^{-3r} \cdot x^{12-2r-3r} = A \cdot x^2$$

$$\Rightarrow x^{12-5r} = x^2 \Rightarrow 12 - 5r = 2 \Rightarrow r = 2 \text{ dir.}$$

Şimdi r değerini yerine yazıp katsayıyı bulalım.

$$\binom{6}{2} \cdot (x^2)^{6-2} \cdot (-x^{-3})^2 = \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot x^8 \cdot x^{-6}$$

$$= 15x^{8-6} = 15x^2 \Rightarrow A = 15 \text{ bulunur.}$$

II. Yol (Tahmin Yolu)

$\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^6$ burada 6 yı x^2 ve $\frac{1}{x^3}$ e nasıl dağıtabileceğimizi tahmin etmeye çalışalım. Sonucun çift kuvvetli olmasından dolayı 6 yı çift iki sayıya parçalamamız lazım. Sonuçta da pozitif kuvvet kaldığına göre birinci terimin daha büyük kuvvetini alacağız. 4 e 2 diye düşünersek;

$$(x^2)^4 \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^2 = x^8 \cdot \frac{1}{x^6} = \frac{x^8}{x^6} = x^2 \text{ olur.}$$

Demek ki $r = 2$ dir.

Devamı ilk yolla aynı şekilde çözülür.

Cevap : C

10)

$$\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$$

ifadesinin açılımındaki sabit terim kaçtır ?

A) 42 B) 84 C) 168 D) 336 E) 672

ÇÖZÜM:

$$\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$$

ifadesinin açılımında sabit terim x^0 lı terimdir. r yi bulmak için formülün sadece üslerle ilgili kısmını kullanabiliriz.

$$(x^2)^{9-r} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^r = x^0 \Rightarrow x^{18-2r} \cdot \frac{1}{x^r} = x^0$$

$$\Rightarrow x^{18-2r-r} = x^0 \Rightarrow x^{18-3r} = x^0 \Rightarrow 18 - 3r = 0$$

$$\Rightarrow 18 = 3r \Rightarrow r = 6 \text{ dir.}$$

$\binom{9}{3}$ e eşit

$$\Rightarrow \binom{9}{6} \cdot (2x^2)^{9-6} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^6 = A \cdot x^0$$

$$\Rightarrow \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 8x^6 \cdot \frac{1}{x^6} = 84 \cdot 8 = 672 \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

11)

$$\binom{15}{0} + \binom{15}{2} + \binom{15}{4} + \dots + \binom{15}{14}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^{15} B) 2^{14} C) 2^{12} D) 2^{10} E) 2^7

ÇÖZÜM:

Hatırlatma:

$$1) \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$2) \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

$$3) \binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$$

$$\begin{aligned} & \binom{15}{0} + \binom{15}{2} + \binom{15}{4} + \dots + \binom{15}{14} \\ & \stackrel{\binom{14}{0} \text{ yazabiliriz.}}{\Rightarrow} \binom{14}{1} + \binom{14}{2} + \binom{14}{3} + \binom{14}{4} + \dots + \binom{14}{13} + \binom{14}{14} \end{aligned}$$

Bu açılım 14 elemanlı bir kümenin tüm alt kümelerinin toplamının açılımıdır.

Alt küme sayısı = $2^n = 2^{14}$ bulunur.

Cevap : B

12)

$$\binom{8}{0} \cdot 10^8 - \binom{8}{1} \cdot 10^7 + \binom{8}{2} \cdot 10^6 - \dots + \binom{8}{8}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3^{16} B) 3^{15} C) 3^{12} D) 3^9 E) 3^8

ÇÖZÜM:

n pozitif çift sayı olmak üzere,

$$(x-y)^n = \binom{n}{0} x^n - \binom{n}{1} x^{n-1} \cdot y + \binom{n}{2} x^{n-2} \cdot y^2 - \dots + \binom{n}{n} y^n$$

$$(x-1)^n = \binom{n}{0} x^n - \binom{n}{1} x^{n-1} + \binom{n}{2} x^{n-2} - \dots + \binom{n}{n} \text{ dir.}$$

$$\binom{8}{0} \cdot 10^8 - \binom{8}{1} \cdot 10^7 + \binom{8}{2} \cdot 10^6 - \dots + \binom{8}{8}$$

$$= \binom{8}{0} \cdot 10^8 (-1)^0 + \binom{8}{1} \cdot 10^7 (-1)^1 + \dots + \binom{8}{8} \cdot (-1)^8$$

$$\Rightarrow (10-1)^8 = 9^8 = (3^2)^8 = 3^{16} \text{ bulunur.}$$

Cevap : A