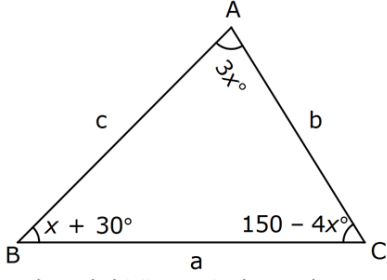


ÜÇGENDE AÇI KENAR BAĞINTILARI

1)



ABC üçgen
 $m(\widehat{BAC}) = 3x^\circ$
 $m(\widehat{ABC}) = x + 30^\circ$
 $m(\widehat{ACB}) = 150 - 4x^\circ$

Yukarıdaki üçgenin kenarları arasında $b < a < c$ sıralaması olduğuna göre, x 'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM:

Not: Büyük açının karşısında büyük kenar olur.

Bu sebeple,

$$x + 30 < 3x < 150 - 4x \text{ tir.}$$

$$x + 30 < 3x \text{ kısmını çözelim.}$$

$$30 < 2x$$

$$15 < x \Rightarrow x, 15' \text{ten büyüktür.}$$

$$3x < 150 - 4x \text{ kısmını çözelim.}$$

$$7x < 150 \Rightarrow x < \frac{150}{7} \text{ dir. Tam sayı olarak}$$

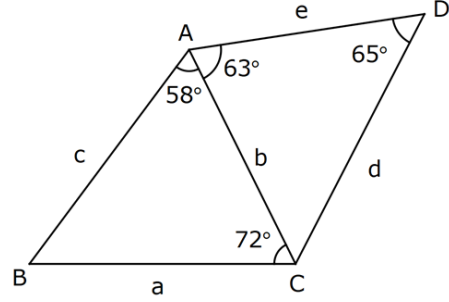
en fazla 21 olabilir.

$$\text{Buna göre, } x \text{ tamsayısı } \Rightarrow 16, 17, 18, 19, 20, 21$$

olabilir.

$$\Rightarrow 6 \text{ tane. Cevap: C}$$

2)



ABCD dörtgen
 $m(\widehat{BAC}) = 58^\circ$
 $m(\widehat{BCA}) = 72^\circ$
 $m(\widehat{CAD}) = 63^\circ$
 $m(\widehat{ADC}) = 65^\circ$

Yukarıda verilenlere göre, en uzun kenar ile en kısa kenar hangi şıkta doğru gösterilmiştir?

En kısa kenar En uzun kenar

- A) e c
 B) a d
 C) b a
 D) c e
 E) e a

ÇÖZÜM:

Bilinmeyen açılar bulalım.

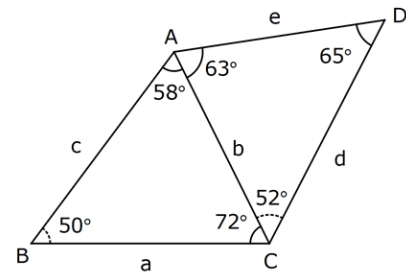
$$\text{ABC üçgeni: } m(\widehat{ABC}) + 58 + 72 = 180$$

$$m(\widehat{ABC}) = 50^\circ \text{ dir.}$$

$$\text{ADC üçgeni: } m(\widehat{ACD}) + 63 + 65 = 180$$

$$m(\widehat{ACD}) = 52^\circ \text{ dir.}$$

Açılarına göre, kenarları sıralayalım.



ABC üçgenine göre,

$$b < a < c \text{ dir.}$$

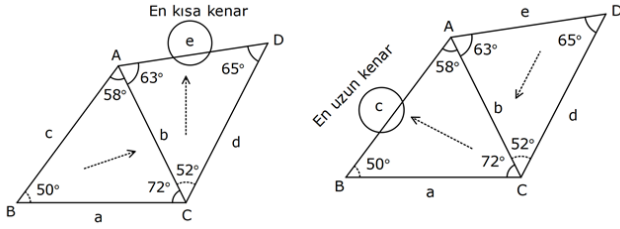
ADC üçgenine göre,

$$e < d < b \text{ dir. İki sıralamayı da birleştirirsek,}$$

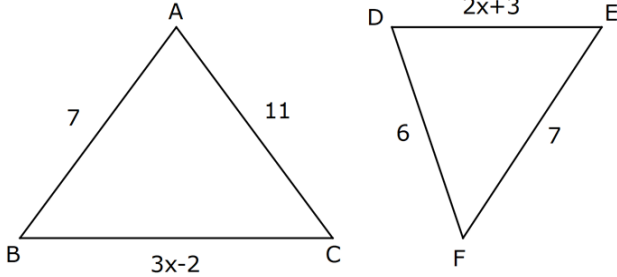
$$e < d < b < a < c \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow \text{En kısa kenar: } e$$

$$\Rightarrow \text{En uzun kenar: } c \text{ dir. Cevap: A}$$



3)



ABC ve DEF birer üçgen olmak üzere x'in tam sayı değerlerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 7 C) 10 D) 12 E) 18

ÇÖZÜM:

Not: Üçgende bir kenar, diğer iki kenarın farkından büyük, toplamından da küçüktür. (Üçgen Eşitsizliği)

ABC üçgenine göre,

$$11 - 7 < 3x - 2 < 11 + 7$$

$$4 < 3x - 2 < 18$$

$$6 < 3x < 20 \Rightarrow x = 3, 4, 5, 6 \text{ olabilir.}$$

DEF üçgenine göre,

$$7 - 6 < 2x + 3 < 7 + 6$$

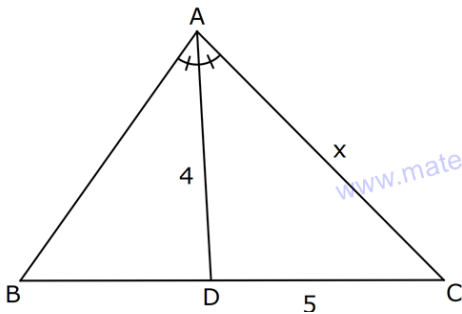
$$1 < 2x + 3 < 13$$

$$-2 < 2x < 10$$

$-1 < x < 5$ tir. \Rightarrow Yukarıdaki x değerlerinden sadece

3 ve 4 uygundur. Toplamları da 7 dir. Cevap: B

4)

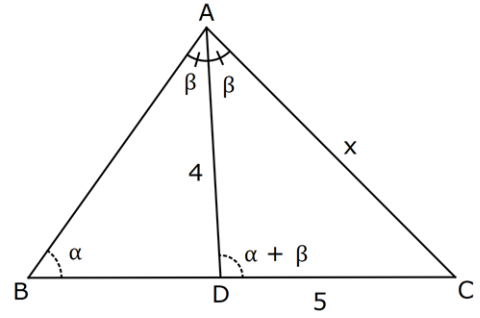


ABC üçgen
[AD] Açıortay
|AD|=4 br
|DC|=5 br

Yukarıda verilenlere göre, x kaç farklı tam sayı değeri alabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:



$m(\widehat{ABC}) = \alpha$, Açıortayın ayırdığı açılar β olsun.

$m(\widehat{ADC}) = \alpha + \beta$ olur.

ADC üçgenine göre, x'i gören açı daha büyük olduğu için x, 5 ten büyüktür.

Üçgen eşitsizliğine göre (ADC üçgeni)

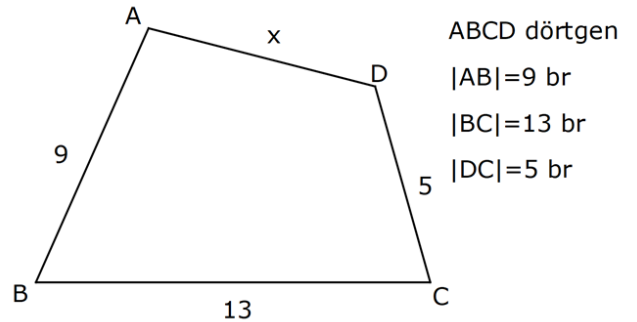
$$5 - 4 < x < 5 + 4$$

$$1 < x < 9 \text{ dur.}$$

O halde, x=6, 7, 8 olabilir \Rightarrow 3 tane

Cevap: C

5)

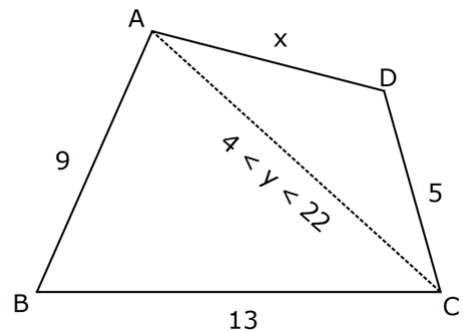


ABCD dörtgen
|AB|=9 br
|BC|=13 br
|DC|=5 br

Yukarıda verilenlere göre, x'in en büyük tam sayı değeri en küçük tam sayı değerinden kaç fazladır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 25 E) 26

ÇÖZÜM:



$$|AC| = y \text{ olsun.}$$

ABC üçgenine göre,

$$13 - 9 < y < 13 + 9$$

$$4 < y < 22 \text{ dir.}$$

ADC üçgenine göre de

$$|y - 5| < x < y + 5 \text{ tir.}$$

En büyük x değeri için $y < 22$ yi kullanalım.

$y < 22$ her tarafa 5 ekleyelim.

$$y + 5 < 27 \text{ olur. } x < y + 5 \text{ idi.}$$

$x < y + 5 < 27 \Rightarrow y$ tam sayı olacak diye bir şart yok. Dolayısıyla x tam sayı olarak en fazla 26 olabilir.

Şimdi en küçük x tam sayısını bulalım.

$|y - 5| < x$ idi. $y = 5$ seçersek alt sınırı 0'a çekmiş oluruz. $4 < y < 22$ olduğu için de $y = 5$ mümkün.

$0 < x$ olur. \Rightarrow En küçük x tam sayısı 1 olur.

Aradaki fark = $26 - 1 = 25$ tir. Cevap: D

6)

Hangisi bir üçgene ait kenar uzunlukları olamaz?

A) 4, 11, 13 B) 5, 12, 13 C) 6, 8, 13

D) 7, 14, 20 E) 8, 10, 20

ÇÖZÜM:

Üçgen eşitsizliğini test ederek, şıklara bakalım.

(Bir kere üçgen eşitsizliğini sağlaması yeterli.)

A) $11 - 4 < 13 < 11 + 4 \Rightarrow 7 < 13 < 15 \Rightarrow$ sağlıyor.

B) $12 - 5 < 13 < 12 + 5 \Rightarrow 7 < 13 < 17 \Rightarrow$ sağlıyor.

C) $8 - 6 < 13 < 8 + 6 \Rightarrow 2 < 13 < 14 \Rightarrow$ sağlıyor.

D) $14 - 7 < 20 < 14 + 7 \Rightarrow 7 < 20 < 21 \Rightarrow$ sağlıyor.

E) $10 - 8 < 20 < 10 + 8 \Rightarrow 2 < 20 < 18 \Rightarrow$ sağlamıyor.

Cevap: E

7)

Çevresi 16 br olan ve kenarları birer tam sayı olan kaç farklı üçgen oluşturulabilir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM:

Üçgenin bir kenarı, çevrenin yarısından her zaman daha küçüktür.

$$\text{Nedeni: } a + b + c = \zeta \quad (\text{Çevre})$$

$$b + c = \zeta - a \text{ dir.}$$

$a < b + c$ olduğundan (Üçgen Eşitsizliği)

$$a < \zeta - a$$

$$2a < \zeta \Rightarrow a < \frac{\zeta}{2} \text{ dir.}$$

Bu sebeple, en büyük kenar tam sayı olarak en fazla 7 olabilir.

En büyük kenarın 7 olduğu durumlar,

$$\left. \begin{array}{l} 7, 7, 2 \text{ üçgeni} \\ 7, 6, 3 \text{ üçgeni} \\ 7, 5, 4 \text{ üçgeni} \end{array} \right\} \Rightarrow 3 \text{ tane}$$

En büyük kenarın 6 olduğu durumlar,

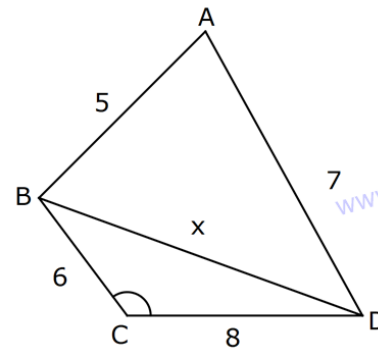
$$\left. \begin{array}{l} 6, 6, 4 \text{ üçgeni} \\ 6, 5, 5 \text{ üçgeni} \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \text{ tane}$$

En büyük kenarın 5 olduğu durumlar,

$$\cancel{5, 5, 5 \text{ üçgeni}} \Rightarrow \text{olmuyor.}$$

\Rightarrow Toplam 5 tane üçgen oluşturulabilir. Cevap: B

8)



ABCD dörtgen

$$|AB| = 5 \text{ br}$$

$$|BC| = 6 \text{ br}$$

$$|CD| = 8 \text{ br}$$

$$|AD| = 7 \text{ br}$$

$$|BD| = x \text{ br}$$

$$m(\angle BCD) > 90^\circ$$

Yukarıda verilenlere göre, x in tam sayı değeri kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

ÇÖZÜM:

ABD üçgeninde üçgen eşitsizliğine göre,

$$7 - 5 < x < 7 + 5$$

$$2 < x < 12 \text{ dir.}$$

BCD üçgeninde üçgen eşitsizliğine göre,

$$8 - 6 < x < 8 + 6$$

$$2 < x < 14 \text{ tür.}$$

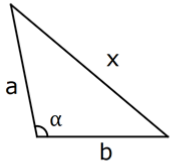
$m(\widehat{BCD}) > 90^\circ$ olduğundan,

$$x^2 > 6^2 + 8^2 \Rightarrow x^2 > 100 \Rightarrow x > 10 \text{ dur.}$$

O halde, x tam sayı olarak sadece 11 olabilir.

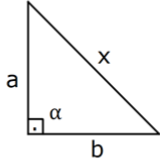
Cevap: E

NOT: $\alpha > 90^\circ$ ise



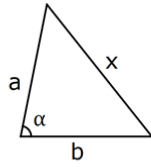
$$x^2 > a^2 + b^2$$

$\alpha = 90^\circ$ ise



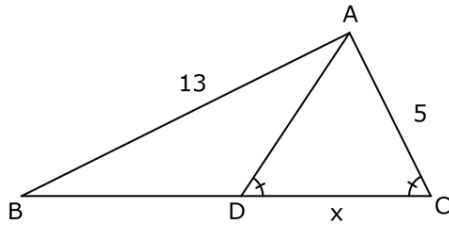
$$x^2 = a^2 + b^2$$

$\alpha < 90^\circ$ ise



$$x^2 < a^2 + b^2$$

9)



ABC üçgen

$$|AB|=13 \text{ br}$$

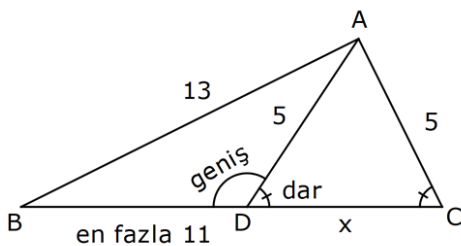
$$|AC|=5 \text{ br}$$

$$|DC|=x \text{ br}$$

ADC ikizkenar üçgen

Yukarıda verilenlere göre, $|BD|$ 'nin en büyük tam sayı değeri belirleniyor. Daha sonra x için bir tamsayı seçiliyor. Buna göre, aşağıdaki değerlerden hangisi x'e ait olamaz?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

ÇÖZÜM:

$$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{ADC}) \Rightarrow |AD| = 5 \text{ br dir.}$$

ADC ikizkenar üçgen olduğundan \widehat{ADC} açısı dar açıdır.

Bu sebeple \widehat{BDA} açısı geniş açıdır. O halde,

$$13^2 > |BD|^2 + 5^2$$

$$169 - 25 > |BD|^2$$

$$144 > |BD|^2 \Rightarrow 12 > |BD| \text{ dir.}$$

O halde, $|BD|$ tam sayı olarak en fazla 11 olabilir.

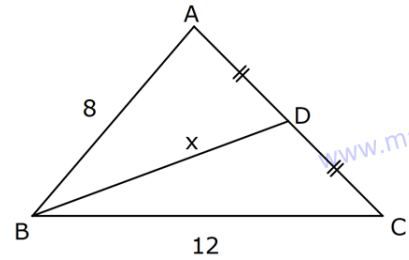
ABC üçgeninde üçgen eşitsizliğine göre,

$$13 - 5 < \overbrace{11+x}^{|BC|} < 13 + 5$$

$$8 < 11 + x < 18$$

$-3 < x < 7$ dir. \Rightarrow x tam sayı olarak 1, 2, ..., 6 değerlerini alabilir. Cevap: A

10)



ABC üçgen

$$|AD|=|DC|$$

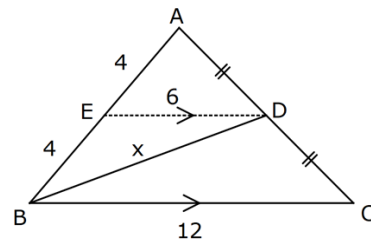
$$|AB|=8 \text{ br}$$

$$|BC|=12 \text{ br}$$

$$|BD|=x \text{ br}$$

Yukarıda verilenlere göre, x'in en büyük tam sayı değeri, en küçük tam sayı değerinden kaç fazladır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

ÇÖZÜM:

D noktasından tabana paralel bir doğru çizelim.

D noktası orta nokta olduğu için, [ED] orta tabandır.

Uzunluğu 12'nin yarısıdır. \Rightarrow 6 br

E noktası da orta nokta olacağı için, $|EB|=4$ br dir.

EBD üçgeninde üçgen eşitsizliğine göre,

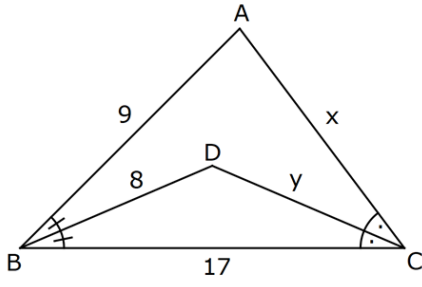
$$6 - 4 < x < 6 + 4$$

$$2 < x < 10 \text{ dur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \text{'in en büyük tam sayı değeri} \Rightarrow 9 \\ x \text{'in en küçük tam sayı değeri} \Rightarrow 3 \end{array} \right\} \text{ fark} = 6 \text{ dir.}$$

Cevap: D

11)



ABC üçgen
[BD] ve [DC]
açıortay
|AD|=|DC|
|AB|=9 br
|AC|=x br
|BD|=8 br
|BC|=17 br
|DC|=y br

Yukarıda verilenlere göre, y'nin en büyük değeri için x'in değer aralığı hangi şıkta doğru gösterilmiştir?

- A) [8, 14] B) (15, 22] C) (14, 17)
D) (12, 21) E) [14, 26)

ÇÖZÜM:

İç açıortayların kesiştiği yerdeki açığı $90 + \frac{A}{2}$ formülü ile buluyorduk. Bu sebeple, \widehat{BDC} açısı 90° den büyüktür. $17^2 > 8^2 + y^2$ dir.

$$289 > 64 + y^2$$

$$225 > y^2 \Rightarrow 15 > y \Rightarrow y < 15 \text{ tir.}$$

BDC üçgeninin çevresi, ABC üçgeninin çevresine göre daha küçüktür. Bu sebeple

$$8 + y < 9 + x$$

$$\underbrace{y-1}_{y \text{ en büyük değerini aldığı anda burası } 14' \text{ e yaklaşır. Ama } 14 \text{ olmaz.}} < x \text{ tir.} \Rightarrow x \text{ en az } 14 \text{ değerini almalı.}$$

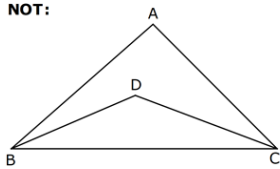
y en büyük değerini aldığı anda burası 14'e yaklaşır. Ama 14 olmaz.

ABC üçgen eşitsizliğine göre,

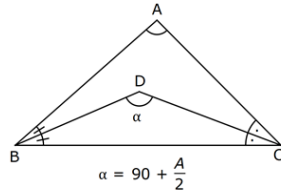
$$x - 9 < 17 \Rightarrow x < 26 \text{ dir. O halde, } x \in [14, 26) \text{ dir.}$$

Cevap: E

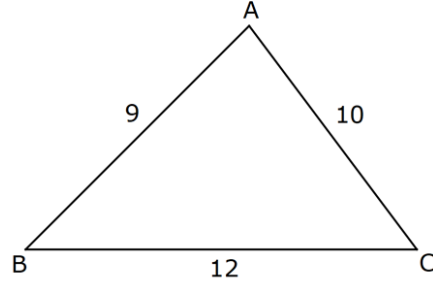
NOT:



D, ABC üçgeninin iç bölgesinde ise $|BD| + |DC| < |AB| + |AC|$ dir.



12)



ABC üçgen
|AB|=9 br
|AC|=10 br
|BC|=12 br

Yukarıda verilenlere göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

(h: yükseklik, n: açıortay, V: kenarortay)

- A) $m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ B) $h_C < h_A$
C) $n_A < n_B$ D) $V_C < V_B$
E) $h_B < h_A$

ÇÖZÜM:

Kenar uzunluklarına göre, açılar arasında

$$m(\hat{C}) < m(\hat{B}) < m(\hat{A}) \text{ bağıntısı vardır.}$$

Not: Açı büyüdükçe;

Yükseklik, açıortay, kenarortay küçülür.

Buna göre,

$$h_A < h_B < h_C \text{ dir.}$$

$$n_A < n_B < n_C$$

$$V_A < V_B < V_C \text{ dir. C şıkkındaki durum doğrudur.}$$

Cevap: C

13)

Çeşitkenar bir ABC üçgeninde $n_A = V_B$ ise aşağıdaki-lerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- I. $h_A < V_B$
- II. $n_C < h_A$
- III. $n_B < V_A$

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) Yalnız II

ÇÖZÜM:

Not: Aynı açının yükseklik, açıortay ve kenarortayı arasında $h < n < V$ sıralaması vardır.

A açısı için $h_A < n_A < V_A$ geçerlidir.

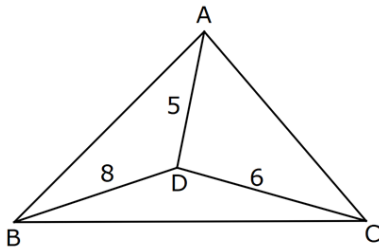
B açısı için $h_B < n_B < V_B$ geçerlidir. Buna göre,

I. öncül $\Rightarrow h_A < V_B$ kesinlikle doğrudur.

II. öncül \Rightarrow C açısı ile ilgili yorum yapamıyoruz.

III. öncül $\Rightarrow n_B < V_A$ kesinlikle doğrudur. Cevap: C

14)



ABC üçgen
|AD|=5 br
|BD|=8 br
|DC|=6 br

Yukarıda verilenlere göre, ABC üçgeninin çevresinin en büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değeri hangi şıkta doğru gösterilmiştir?

	En Büyük	En Küçük
A)	39	20
B)	38	19
C)	35	17
D)	36	16
E)	37	20

ÇÖZÜM:

Not:

Üçgenin içindeki bir noktanın köşelere olan uzaklıkları toplamı üçgenin çevresinin yarısından büyük, tamamından ise küçüktür. $\Rightarrow \frac{\text{Ç}}{2} < x + y + z < \text{Ç}$

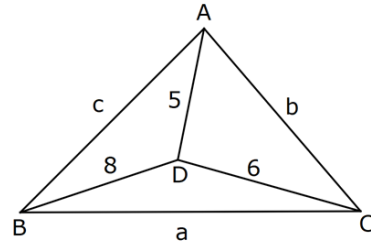
$$\frac{\text{Ç}}{2} < 8 + 5 + 6 < \text{Ç}$$

$$\frac{\text{Ç}}{2} < 19 < \text{Ç}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{Ç}}{2} < 19 \Rightarrow \text{Ç} < 38 \text{ dir.} \Rightarrow \text{En fazla 37 olur.}$$

$$\Rightarrow 19 < \text{Ç} \Rightarrow \text{En az 20 olur. Cevap: E}$$

II.Yol:



$$\text{ABD üçgeni} \Rightarrow c < 8 + 5$$

$$\text{BDC üçgeni} \Rightarrow a < 8 + 6$$

$$\text{ADC üçgeni} \Rightarrow b < 5 + 6$$

$$a + b + c < 38 \Rightarrow \text{Çevre} < 38 \text{ dir.}$$

$$\text{Ç}(\text{ABD}) < \text{Ç}(\text{ABC}) \Rightarrow 8 + 5 + c < \text{Çevre}$$

$$\text{Ç}(\text{BDC}) < \text{Ç}(\text{ABC}) \Rightarrow 8 + 6 + a < \text{Çevre}$$

$$\text{Ç}(\text{ADC}) < \text{Ç}(\text{ABC}) \Rightarrow 5 + 6 + c < \text{Çevre}$$

$$38 + \text{Çevre} < 3 \cdot \text{Çevre}$$

$$38 < 2 \cdot \text{Çevre}$$

$$19 < \text{Çevre}$$

Cevap: E