

## Köklerden Biri Karmaşık Sayı ise

1)

$m, n \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$3x^2 + (m-1)x + n + 3 = 0$$

denkleminin köklerinden biri  $1 - \sqrt{5}i$  olduğuna göre,  $m.n$  çarpımı kaçtır?

A) -90 B) -75 C) -60 D) -45 E) -30

**ÇÖZÜM:**

$$3x^2 + (m-1)x + n = 0$$

bir kök  $1 - \sqrt{5}i$  ise diğer kök eşleniği yani  $1 + \sqrt{5}i$  dir.

$$\text{Kökler çarpımı} = (1 - \sqrt{5}i)(1 + \sqrt{5}i) = 1 + 5 = 6$$

$$\text{Kökler toplamı} = 1 - \sqrt{5}i + 1 + \sqrt{5}i = 2 \text{ dir.}$$

$$\text{Not: } ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \text{Kökler toplamı: } -\frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \text{Kökler çarpımı} = \frac{c}{a}$$

Buna göre;

$$\text{Çarpımları} = \frac{n+3}{3} = 6 \Rightarrow n+3 = 18 \Rightarrow n = 15$$

buluruz.

$$\text{Toplamları} = -\frac{m-1}{3} = 2 \Rightarrow -(m-2) = 6$$

$$m-2 = -6$$

$$m = -4 \text{ buluruz.}$$

$$m.n = (-4)(15) = -60 \text{ buluruz. Cevap: C}$$

2)

Reel katsayılı  $x^2 + m.x + n = 0$  denkleminin köklerinden biri  $2 - i$  olduğuna göre,  $m+n$  toplamı kaçtır?

A) -2 B) 1 C) 5 D) 6 E) 9

**ÇÖZÜM:**

$$x^2 + mx + n = 0$$

bir kök  $2 - i$  ise diğer kök eşleniği yani  $2 + i$  dir.

$$\text{Kökler çarpımı} = (2 - i)(2 + i) = 4 + 1 = 5$$

$$\text{Kökler toplamı} = 2 - i + 2 + i = 4 \text{ tür.}$$

$$\text{Not: } ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \text{Kökler toplamı: } -\frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \text{Kökler çarpımı} = \frac{c}{a}$$

Buna göre;

$$\text{Çarpımları} = \frac{n}{1} = 5 \Rightarrow n = 5 \text{ buluruz.}$$

$$\text{Toplamları} = -\frac{m}{1} = 4 \Rightarrow m = -4$$

Buna göre;

$$m+n = -4 + 5 = 1 \text{ buluruz. Cevap: B}$$

3)

$i^2 = -1$  olmak üzere, köklerinden biri  $-i + 4$  olan reel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

$$A) x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$B) x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$C) x^2 - 8x + 17 = 0$$

$$D) x^2 + 4x + 17 = 0$$

$$E) x^2 + 8x - 17 = 0$$

**ÇÖZÜM:**

Köklerinden biri  $-i + 4$  ise diğer kök, bu köklü sayının eşleniğidir.  $\Rightarrow i + 4$

$$\text{O halde kökler toplamı} = (-i + 4) + (i + 4) = 8$$

$$\text{kökler çarpımı} = (-i + 4) \cdot (i + 4) = 1 + 16 = 17 \text{ dir.}$$

$ax^2 + bx + c$  denkleminde  $-\frac{b}{a}$  kökler toplamı,

$\frac{c}{a}$  kökler çarpımını verir.

Şıklardaki denklemlerin hepsinde  $a = 1$  olduğu için biz de  $a = 1$  diyelim.

$$-\frac{b}{1} = 8 \Rightarrow b = -8 \text{ ve } \frac{c}{1} = 17 \Rightarrow c = 17 \text{ dir.}$$

Buna göre denklemi

$$x^2 - 8x + 17 \text{ buluruz. Cevap: C şıkkı}$$

4)

Köklerinden iki tanesi 5 ve  $4 - 3i$  olan gerçek katsayılı üçüncü dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

$$A) x^3 - 3x^2 + 25x - 25 = 0$$

$$B) x^3 - 13x^2 + 65x - 125 = 0$$

$$C) x^3 - 8x^2 + 35x - 45 = 0$$

$$D) x^3 - 12x^2 + 58x - 65 = 0$$

$$E) x^3 - 5x^2 + 13x - 45 = 0$$

**ÇÖZÜM:**

Köklerden biri karmaşık sayı ise diğeri onun eşleniğidir. Yani  $3.\text{kök} = 4 + 3i$  dir.

Buna göre denklemi yazalım;

$$(x-5).(x-(4-3i)).(x-(4+3i))=0$$

$$(x-5).(x-(4-3i)).(x-(4+3i))$$

$$(x-5).(x^2-8x+25)=0$$

$$x^3-8x^2+25x-5x^2+40x-125=0$$

$$x^3-13x^2+65x-125=0 \text{ buluruz. Cevap: B}$$

**5)**

Köklerinden biri  $3-2i$  olan gerçekte katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A)  $x^2-6x+10=0$

B)  $x^2+6x+10=0$

C)  $x^2-6x+8=0$

D)  $x^2+6x+8=0$

E)  $x^2-4x+5=0$

**ÇÖZÜM:**

Köklerden biri  $3-i$  ise, diğerkök eşleniği  $3+i$  dir.

Buna göre kökler toplamı  $= 3-i+3+i=6$

Kökler çarpımı  $= (3-i)(3+i)=10$  dur.

Buna göre denklemi;

$$x^2-6x+10=0 \text{ buluruz. Cevap: A}$$

**6)**

$i^2=-1$  olmak üzere ikinci dereceden bir bilinmeyenli gerçekte katsayılı bir denklemin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$x_1=-1-i$  olduğuna göre aşağıdakilerden hangisinin bir kökü  $x_2(1-i)$  dir.

A)  $x^2-x+4=0$

B)  $x^2+4=0$

C)  $x^2+16=0$

D)  $x^2+x+4=0$

E)  $x^2+2x+6=0$

**ÇÖZÜM:**

$x_1=-1-i \Rightarrow$  eşleniği  $x_2=-1+i$  dir.

$x_2.(1-i)=(-1+i)(1-i)=-1+i+i-(-1)=2i$  dir.

Diğerkök  $\Rightarrow$  eşleniği  $\Rightarrow -2i$  olmalıdır.

Kökler toplamı  $=0$

Kökler çarpımı  $=4$  tür.

Buna göre denklem;

$$x^2-(0)x+4=x^2+4 \text{ buluruz. Cevap: B}$$

**7)**

$$x^2+2x+c=0$$

denkleminin birbirinden farklı reel olmayan iki kökü olduğuna göre,  $c$ 'nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

**ÇÖZÜM:**

Bu denklemin bir karmaşık kökü varsa, diğeri de onun eşleniği olacaktır.

(Otomatik olarak farklı olurlar.)

Başka da bir kökü olamayacağı için, gerçekte kök yoktur. Gerçekte kök olmaması demek,  $\Delta < 0$  demektir.

$$b^2-4ac < 0$$

$$4-4.1.c < 0$$

$$4 < 4c$$

$$1 < c \Rightarrow c \text{ en az } 2 \text{ olabilir. Cevap: A}$$

**8)**

Gerçekte katsayılı  $x^2+bx+c=0$  denkleminin bir kökü  $(1+i)^2$  olduğuna göre,  $c$  kaçtır?

A) 2

B) 4

C) 8

D) 12

E) 16

**ÇÖZÜM:**

$$x^2+bx+c=0$$

Denkleminin katsayıları gerçekte ise kökler birbirinin eşleniği olmak zorundadır.

$$(1+i)^2=(1+i)(1+i)$$

$$=1+i+i+i^2$$

$$=1+2i-1$$

$$=2i \text{ dir.}$$

$2i$  kökünün eşleniği  $-2i$  dir.

Denklemin kökler çarpımı  $=\frac{c}{a}=\frac{c}{1}=c$  dir.

Köklerin çarpımı  $=(2i)(-2i)=-4i^2=4$  bulunur.

$c=4$  tür.

Cevap: B