İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

TANIM

a, b, c gerçel sayı ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

biçimindeki her açık önermeye **ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** denir.
Bu açık önermeyi doğrulayan x sayılarına denklemin kökleri; tüm köklerin oluşturduğu kümeye denklemin çözüm kümesi; çözüm kümesini bulmak için yapılan işlemlere denklem çözme; a, b, c sayılarına da denklemin kat sayıları denir.

İKİNCİ DERECE DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNUŞU

Çarpanlara Ayırma Yöntemi

$ax^2 + bx + c = 0$ denklemi f(x) . g(x) = 0

biçiminde yazılabiliyorsa

f(x) = 0 veya g(x) = 0 olup çözüm kümesi;

Ç = {x | x, f(x) = 0 veya Q(x) = 0 denklemini sağlar} olur.

Diskiriminant (Δ) Yöntemi

$ax^2 + bx + c = 0$ denklemi $a \neq 0$ ve $\Delta = b^2 - 4ac$ ise, çözüm kümesi

$$Ç = \left\{ \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} , \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right\}$$ dır.

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde;

a) $\Delta > 0$ ise, denklemin farklı iki gerçel kökü vardır. Bu kökler;

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$ dır.

b) $\Delta < 0$ ise, denklemin gerçel kökü yoktur.

c) $\Delta = 0$ ise, denklemin eşit iki gerçel kökü vardır. Bu kökler;

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$ dır.

Denklemin bu köklerine; eşit iki kök, çakışık kök ya da çift katlı kök denir.

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri simetrik ise, b=0 ve $a \neq 0$ dır.

Simetrik kökleri gerçel ise, b=0 ve $a \neq 0$ ve $a.c \leq 0$ dır.

İKİNCİ DERECE DENKLEMİN KÖKLERİ İLE KATSAYILARI ARASINDAKİ BAĞINTILAR

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise,

1) $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$

2) $x_1.x_2=\frac{c}{a}$

3) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1.x_2}=\frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}}=-\frac{b}{c}$

4) $|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

5) $x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=\left(-\frac{b}{a}\right)^2-2\cdot\frac{c}{a}=\frac{b^2-2ac}{a^2}$

6) $x_1^{\ 3}+x_2^{\ 3}=(x_1+x_2)^3-3x_1.x_2(x_1+x_2)$

$$=\left(-\frac{b}{a}\right)^3-3\cdot\frac{c}{a}\left(-\frac{b}{a}\right)=-\frac{b^3}{a^3}+\frac{3bc}{a^2}$$

$$=\frac{-b^3+3abc}{a^3}$$

KÖKLERİ VERİLEN İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN YAZILMASI

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem;

$(x-x_1)(x-x_2)=0$ dır. Bu ifade düzenlenirse,

$x^2-(x_1+x_2)x+x_1.x_2=0$ olur.

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Kökleri mx_1+n ve mx_2+n olan ikinci dereceden denklem, $ax^2+bx+c=0$ denkleminde x yerine

$\frac{x-n}{m}$ yazılarak bulunur.

$ax^2+bx+c=0$ ve $dx^2+ex+f=0$ denklemlerinin çözüm kümeleri aynı ise,

$\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}$ dır.

$ax^2+bx+c=0$ ve $dx^2+ex+f=0$ denklemlerinin sadece birer kökleri eşit ise,

$ax^2+bx+c=dx^2+ex+f$

$(a-d)x^2+(b-e)x+c-f=0$ dır.

Bu denklemin kökü verilen iki denklemi de sağlar.

$\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}$ dır.

ÜÇÜNCÜ DERECEDEN DENKLEMLER

TANIM

$a\neq 0$ olmak üzere, $ax^3+bx^2+cx+d=0$ denklemlere **üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklemler** denir.

ÜÇÜNCÜ DERECEDEN DENKLEMİN KÖKLERİ İLE KATSAYILARI ARASINDAKİ BAĞINTILAR

$x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}$ dır.

$x_1.x_2+x_1.x_3+x_2.x_3=\frac{c}{a}$ dır.

$x_1.x_2.x_3=-\frac{d}{a}$ dır.

KÖKLERİ VERİLEN ÜÇÜNCÜ DERECE DENKLEMİN YAZILMASI

Kökleri x_1, x_2 ve x_3 olan üçüncü derece denklem

$(x-x_1).(x-x_2).(x-x_3)=0$ dır.

Bu denklem düzenlenirse,

$x^3-(x_1+x_2+x_3)x^2+(x_1+x_2+x_3+x_1+x_2+x_3)x-x_1.x_2.x_3=0$ olur.

Kaynak: www.derscalisiyorum.com.tr Düzenleme: www.matematikkolay.net